AKADEMIJA TEHNIČKO-UMETNIČKIH STRUKOVNIH STUDIJA BEOGRAD
ODSEK VISOKA ŠKOLA ZA INFORMACIONE I KOMUNIKACIONE TEHNOLOGIJE

INFORMATOR ZA PRIJEMNI ISPIT

ZA OSNOVNE STUDIJE

Beograd, 2023.

SADRŽAJ

1. NAČIN I USLOVI POLAGANJA PRIJEMNOG ISPITA

Poštovane buduće kolege,

Prijemni ispit za upis na studijske programe osnovnih strukovnih studija će se polagati u terminima i na način koji će biti objavljen u Konkursu za upis.

Pored standardnog testa iz *matematike*, uveli smo i test *opšte informisanosti i informatičke pismenosti*. U zavisnosti od studijskog programa koji biste želeli da upišete, polažete jedan od njih. Prohodnosti su date u sledećoj tabeli:

<table>
<tr><td>Studijski program:</td><td>Polaže se:</td></tr>
<tr><td>Internet tehnologije – IT</td><td rowspan="2">Matematika</td></tr>
<tr><td>Komunikacione tehnologije – KT</td></tr>
<tr><td>Poštansko-logistički sistemi – PLS</td><td>Opšta informisanost i informatička pismenost</td></tr>
<tr><td>Bankarstvo i poslovna informatika – BPI</td><td>Opšta informisanost i informatička pismenost ili Matematika</td></tr>
</table>

Ukoliko želite, možete polagati oba testa i tako steći mogućnost da konkurišete na bilo koji studijski program.

Rang lista će se formirati sabiranjem poena koje donesete iz srednje škole i poena koje osvojite na prijemnom ispitu.

Za sve vas koji konkurišete na studijske programe Internet tehnologije, Komunikacione tehnologije ili Bankarstvo i poslovna informatika formira se *jedinstvena rang lista*.

Upis će se vršiti prozivkom po redosledu na rang listi, pri čemu ćete tada birati studijski program koji upisujete i način finansiranja u zavisnosti od preostalih raspoloživih mesta u trenutku upisa.

Svi vi koji konkurišete na studijski program Poštansko-logistički sistemi, uključujući i modul po dualnom modelu studija, bićete rangirani na *posebnoj rang listi*.

Ukoliko, nakon završenog upisa kandidata sa posebne rang liste, na SP Poštansko-logistički sistemi ima nepopunjenih mesta, u istom upisnom roku ovaj studijski program možete na lični zahtev upisati i svi vi koji ste polagali prijemni ispit (Matematika ili Opšta informisanost i informatička pismenost) radi upisa na drugi studijski program koji se realizuje u okviru Odseka.

U slučaju da nakon završenog upisa kandidata sa zajedničke rang liste na SP Bankarstvo i poslovna informatika ima nepopunjenih mesta, u istom upisnom roku ovaj studijski program možete na lični zahtev upisati i svi vi koji ste polagali prijemni ispit iz opšte informisanosti i informatičke pismenosti radi upisa na SP Poštansko-logistički sistemi.

Imajte u vidu da za studijske programe Internet tehnologije i Komunikacione tehnologije uslov za upis možete steći isključivo ako polažete test iz matematike.

Ako su vam potrebne neke detaljnije informacije vezane za određeni studijski program, slobodno nam se obratite putem mejla:

Studijski program:	*mejl adresa:*
Internet tehnologije – IT	nenad.kojic@ict.edu.rs milanko.kragovic@ict.edu.rs
Komunikacione tehnologije – KT	tatjana.keca@ict.edu.rs
Poštansko-logistički sistemi – PLS	jelena.milutinovic@ict.edu.rs
Bankarstvo i poslovna informatika – BPI	ana.anokic@ict.edu.rs

Ako su vam potrebne neke detaljnije informacije vezane za prijemni ispit ili način rangiranja, slobodno nam se obratite putem mejla:

Prijemni iz Matematike	ana.anokic@ict.edu.rs
Prijemni iz Opšte informisanosti i informatičke pismenosti	biljana.grgurovic@ict.edu.rs

Ako su vam potrebne neke detaljnije informacije o opštim pitanjima vezanim za studiranje, slobodno nam se obratite na mejl studentska.sluzba@ict.edu.rs .

2. MATEMATIKA

Gradivo na prijemnom ispitu je obuhvaćeno planom i programom srednjih škola u Republici Srbiji i sastoji se od sledećih oblasti:

- Transformacije algebarskih izraza, rastavljanje na činioce;
- Linearne jednačine i nejednačine;
- Kvadratne i bikvadratne jednačine;
- Proste iracionalne jednačine;
- Jednostavnije eksponencijalne i logaritamske jednačine;
- Nizovi, aritmetički i geometrijski;
- Trougao, četvorougao i krug;
- Prizma, piramida, valjak, površina i zapremina.

Kako biste obnovili gradivo i pripremili se za prijemni ispit, u nastavku teksta pogledajte primere urađenih zadataka iz navedenih oblasti sa uputstvima i objašnjenjima.

2.1 ALGEBARSKI IZRAZI. LINEARNE JEDNAČINE I NEJEDNAČINE

- <u>Rastaviti na činioce:</u>

1) $5x-20x^3=$
2) $9a^2-0{,}01b^2=$
3) $x^3+4x^2+4x=$
4) $a^2+6a^2b+9a^2b^2=$
5) $x^3-4x^3y+4x^3y^2=$
6) $x^4-16=$
7) $x^4-81y^4=$
8) $x^3-8=$
9) $x^4+27xy^3=$
10) $2x^3-18x^5=$
11) $xa^2-25xb^2=$
12) $x^3-6x^2+9x=$
13) $a^2-2a^2b+a^2b^2=$
14) $x^8-1=$
15) $x^6-1=$
16) $x^6-64=$

Uputstva za rešavanje:

$Ax+Ay=A(x+y)$	zajednički činilac
$(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$	kvadrat zbira
$(A-B)^2=A^2-2AB+B^2$	kvadrat razlike
$A^2-B^2=(A-B)(A+B)$	razlika kvadrata
$(A+B)^3=A^3+3A^2B+3AB^2+B^2$	kub zbira
$(A-B)^3=A^3-3A^2B+3AB^2-B^2$	kub razlike
$A^3+B^3=(A+B)(A^2-AB+B^2)$	zbir kubova
$A^3-B^3=(A-B)(A^2+AB+B^2)$	razlika kubova

Rešenja:

1) $5x-20x^3=5x(1-2x)(1+2x)$
2) $9a^2-0{,}01b^2=(3a-0{,}1b)(3a+0{,}1b)$
3) $x^3+4x^2+4x=x(x+2)^2$
4) $a^2+6a^2b+9a^2b^2=a^2(1+3b)^2$
5) $x^3-4x^3y+4x^3y^2=x^3(1-2y)^2$
6) $x^4-16=(x^2+4)(x+2)(x-2)$
7) $x^4-81y^4=(x^2+9y^2)(x+3y)(x-3y)$
8) $x^3-8=(x-2)(x^2+2x+4)$
9) $x^4+27xy^3=x(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)$
10) $2x^3-18x^5=2x^3(1-3x)(1+3x)$
11) $xa^2-25xb^2=x(a-5b)(a+5b)$
12) $x^3-6x^2+9x=x(x-3)^2$

13) $a^2-2a^2b+a^2b^2=a^2(1-b)^2$

14) $x^8-1=(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)$

15) $x^6-1=(x-1)(x^2+x+1)(x+1)(x^2-x+1)$

16) $x^6-64=(x-2)(x^2+2x+4)(x+2)(x^2-2x+4)$

➢ Izvršiti operacije sa algebarskim razlomcima, pretpostavljajući da je sve definisano:

1) $\frac{x}{x^2-1}\cdot\frac{x^2+2x+1}{1-x}\cdot\frac{x^2-2x+1}{x^2+x}=$

2) $\frac{x^3}{x^2-x}\cdot\frac{x^2+x}{x^2-1}\cdot\frac{2x-2}{x^4+x^3}=$

3) $\frac{x}{x^2-1}\cdot\frac{x^3+1}{1-x}\cdot\frac{x^2-2x+1}{x^2+x}=$

4) $\frac{x}{x^2-1}+\frac{x+1}{1-x}+1=$

5) $\frac{x}{4x^2-1}-\frac{x+1}{2x+1}+\frac{x-1}{2x-1}=$

6) $\frac{1}{x^2+4x}+\frac{1}{4-x}+\frac{1}{x+4}=$

7) $\frac{x}{x^2-1}-\frac{1}{1+x}+\frac{1}{x^2-x}=$

8) $\dfrac{x+\frac{1}{x-1}}{x-\frac{1}{x-1}}=$

9) $\dfrac{\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+1}}{\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}}=$

10) $\frac{x^{-1}-x^{-3}}{x^{-1}+x^{-2}}=$

Rešenja:

1) $\frac{x}{x^2-1}\cdot\frac{x^2+2x+1}{1-x}\cdot\frac{x^2-2x+1}{x^2+x}=\frac{x(x+1)^2(x-1)^2}{(x-1)(x+1)(1-x)x(x+1)}=\frac{x-1}{1-x}=-1$

2) $\frac{x^3}{x^2-x}\cdot\frac{x^2+x}{x^2-1}\cdot\frac{2x-2}{x^4+x^3}=\frac{x^3x(x+1)2(x-1)}{x(x-1)(x-1)(x+1)x^3(x+1)}=\frac{2}{(x-1)(x+1)}$

3) $\frac{x}{x^2-1}\cdot\frac{x^3+1}{1-x}\cdot\frac{x^2-2x+1}{x^2+x}=\frac{x(x+1)(x^2-x+1)(x-1)^2}{(x-1)(x+1)(1-x)x(x+1)}=\frac{x^2-x+1}{-(x+1)}$

4) $\frac{x}{x^2-1}+\frac{x+1}{1-x}+1=\frac{x-(x+1)^2+(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)}=\frac{x-x^2-2x-1+x^2-1}{(x-1)(x+1)}=\frac{-x-2}{(x-1)(x+1)}$

5) $\dfrac{x}{4x^2-1}-\dfrac{x+1}{2x+1}+\dfrac{x-1}{2x-1}=\dfrac{x-(x+1)(2x-1)+(x-1)(2x+1)}{(2x-1)(2x+1)}=$

$=\dfrac{x-\left(2x^2+2x-x-1\right)+2x^2+x-2x-1}{(2x-1)(2x+1)}=\dfrac{-x}{(2x-1)(2x+1)}$

6) $\dfrac{1}{x^2+4x}+\dfrac{1}{4-x}+\dfrac{1}{x+4}=\dfrac{1}{x(x+4)}-\dfrac{1}{x-4}+\dfrac{1}{x+4}=\dfrac{x-4-x(x+4)+x(x-4)}{x(x-4)(x+4)}=$

$=\dfrac{x-4-x^2-4x+x^2-4x}{x(x-4)(x+4)}=\dfrac{-7x-4}{x(x-4)(x+4)}$

7) $\dfrac{x}{x^2-1}-\dfrac{1}{1+x}+\dfrac{1}{x^2-x}=\dfrac{x}{(x-1)(x+1)}-\dfrac{1}{1+x}+\dfrac{1}{x(x-1)}=$

$=\dfrac{x^2-\left(x^2-x\right)+x+1}{x(x-1)(x+1)}=\dfrac{2x+1}{x(x-1)(x+1)}$

8) $\dfrac{x+\dfrac{1}{x-1}}{x-\dfrac{1}{x-1}}=\left(x+\dfrac{1}{x-1}\right):\left(x-\dfrac{1}{x-1}\right)=\dfrac{x(x-1)+1}{x-1}:\dfrac{x(x-1)-1}{x-1}=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}:\dfrac{x^2-x-1}{x-1}=$

$\dfrac{x^2-x+1}{x-1}\cdot\dfrac{x-1}{x^2-x-1}=\dfrac{x^2-x+1}{x^2-x-1}$

9) $\dfrac{\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{x+1}}{\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{x+1}}=\left(\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{x+1}\right):\left(\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{x+1}\right)=\dfrac{x+1+x-1}{x^2-1}:\dfrac{x+1-(x-1)}{x^2-1}=$

$=\dfrac{2x}{x^2-1}:\dfrac{2}{x^2-1}=\dfrac{2x}{x^2-1}\cdot\dfrac{x^2-1}{2}=x$

10) $\dfrac{x^{-1}-x^{-3}}{x^{-1}+x^{-2}}=\dfrac{\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^3}}{\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}=\dfrac{\dfrac{x^2-1}{x^3}}{\dfrac{x+1}{x^2}}=\dfrac{x^2-1}{x^3}:\dfrac{x+1}{x^2}=\dfrac{x^2-1}{x^3}\cdot\dfrac{x^2}{x+1}=\dfrac{x-1}{x}$

- Rešiti jednačine:

1) $\dfrac{x}{x^2-1}-\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{5}{x^2+x}=0$

2) $\dfrac{3}{x^2-3x}+\dfrac{1}{x-3}=\dfrac{x+3}{x^2-3x}$

3) $\dfrac{4}{x^2-4}+\dfrac{1}{x-2}=\dfrac{1}{x+2}$

4) $\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{x-2}=\dfrac{1}{(x-1)(x-2)}$

5) $\dfrac{5x}{x^2-9}-\dfrac{2}{x-3}+\dfrac{4}{x+3}=0$

6) $\dfrac{3}{x^2-x}+\dfrac{1}{x^2+x}=\dfrac{4}{x^2-1}$

7) $\dfrac{10}{x^2-25}+\dfrac{1}{x+5}=\dfrac{1}{x-5}$

8) $\dfrac{5}{x-3}-\dfrac{3}{x+3}=\dfrac{30}{x^2-9}$

Rešenja:

1) $\dfrac{x}{x^2-1}-\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{5}{x^2+x}=0 \quad x\neq 0, x\neq 1, x\neq -1$

$$\frac{x^2-(x^2+x)+5x+5}{x(x-1)(x+1)}=0$$

Svodi se na: $4x-5=0 \Rightarrow x=\dfrac{5}{4}$

2) $\dfrac{3}{x^2-3x}+\dfrac{1}{x-3}=\dfrac{x+3}{x^2-3x} \quad x\neq 0, x\neq 3$

$$\frac{x+3}{x(x-3)}=\frac{x+3}{x(x-3)}$$

Svodi se na: $x+3=x+3$. Jednačnina ima beskonačno mnogo rešenja.

3) $\dfrac{4}{x^2-4}+\dfrac{1}{x-2}=\dfrac{1}{x+2} \quad x\neq 2, x\neq -2$

$$\frac{x+6}{(x-2)(x+2)}=\frac{x-2}{(x-2)(x+2)}$$

Svodi se na: $x+6=x-2 \quad \Rightarrow \quad 6=-2$. Jednačina nema rešenja.

4) $\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{x-2}=\dfrac{1}{(x-1)(x-2)} \quad x\neq 1, x\neq 2$

$$\frac{2x-3}{(x-1)(x-2)}=\frac{1}{(x-1)(x-2)} \quad \Leftrightarrow \quad 2x-3=1$$

Rešenje koje proizilazi, x=2, mora da se odbaci jer početna jednakost nije definisana za tu vrednost. Jednačina nema rešenja.

5) $\dfrac{5x}{x^2-9}-\dfrac{2}{x-3}+\dfrac{4}{x+3}=0 \quad x\neq 3, x\neq -3$

$$\frac{5x-2x-6+4x-12}{(x-3)(x+3)}=\frac{7x-18}{(x-3)(x+3)}$$

$$x=\frac{18}{7}$$

6) $\dfrac{3}{x^2-x}+\dfrac{1}{x^2+x}=\dfrac{4}{x^2-1} \qquad x=0, \quad x\neq 1, \quad x\neq -1$

$$\frac{3x+3+x-1}{x(x-1)(x+1)}=\frac{4x}{x(x-1)(x+1)}$$

$\Leftrightarrow \quad 4x+2=4x \quad \Rightarrow \quad 2=0$

Jednačina nema rešenja.

7) $\dfrac{10}{x^2-25}+\dfrac{1}{x+5}=\dfrac{1}{x-5} \qquad x\neq 5, x\neq -5$

$$\frac{10+x-5}{(x-5)(x+5)}=\frac{x+5}{(x-5)(x+5)} \quad \Leftrightarrow \quad x+5=x+5$$

Jednačnina ima beskonačno mnogo rešenja.

8) $\dfrac{5}{x-3}-\dfrac{3}{x+3}=\dfrac{30}{x^2-9} \qquad x\neq 3, \quad x\neq -3$

$$\frac{2x+24}{(x-3)(x+3)}=\frac{30}{(x-3)(x+3)} \quad \Rightarrow \quad x=3$$

Ovo nije rešenje jednačine jer nije definisana za x=3. Jednačina nema rešenja.

➢ Rešiti nejednačine:

1) $\dfrac{2x+1}{x-1}>0$

2) $\dfrac{x+1}{3-2x}>0$

3) $\dfrac{x+1}{x-3}\geq 0$

4) $\dfrac{x-1}{x+5}\leq 0$

5) $\dfrac{2x+1}{x-1}>1$

6) $\dfrac{x+1}{3-x}\leq 2$

Uputstva za rešavanje:

Razlomak je pozitivan ako su brojilac i imenilac istog znaka: oba pozitivna ili oba negativna. Razlomak je negativan ako su brojilac i imenilac različitog znaka: jedan pozitivan a drugi negativan. Zato se za svaku racionalnu nejednačinu piše odgovarajući iskaz o znaku brojioca i imenioca, sa oznakama: $\wedge \rightarrow$ "*i*" nejednakosti moraju biti tačne istovremeno i $\vee \rightarrow$ "*ili*" mora biti tačna jedna ili druga nejednakost.

Ukoliko sa desne strane nije nula, potrebno je svesti na taj slučaj prebacujući konstantu na desnu stranu i dodati je razlomku.

Rešenja:

1) $\dfrac{2x+1}{x-1} > 0, \qquad x \neq 1$

$(2x+1>0 \wedge x-1>0) \vee (2x+1<0 \wedge x-1<0)$

$\left(x > -\dfrac{1}{2} \wedge x>1\right) \vee \left(x < -\dfrac{1}{2} \wedge x<1\right) \Leftrightarrow x>1 \vee x<-\dfrac{1}{2}$

$x \in \left(-\infty, -\dfrac{1}{2}\right) \cup (1, +\infty)$

2) $\dfrac{x+1}{3-2x} > 0, \qquad x \neq \dfrac{3}{2}$

$(x+1>0 \wedge 3-2x>0) \vee \cancel{(x+1<0 \wedge 3-2x<0)}$ otpada, jer broj ne može istovremeno biti manji od –1 i veći od 3/2

$\Leftrightarrow x>-1 \wedge x<\dfrac{3}{2}$

$x \in \left(-1, \dfrac{3}{2}\right)$

3) $\dfrac{x+1}{x-3} \geq 0 \qquad x \neq 3$

$(x+1 \geq 0 \wedge x-3>0) \vee (x+1 \leq 0 \wedge x-3<0) \Leftrightarrow x>3 \vee x \leq -1$

$x \in (-\infty, -1] \cup (3, +\infty)$

4) $\dfrac{x-1}{x+5} \leq 0 \quad x \neq -5$

$\cancel{(x-1 \geq 0 \wedge x+5<0)} \vee (x-1 \leq 0 \wedge x+5>0) \Leftrightarrow x \leq 1 \wedge x>-5$

$x \in (-5, 1]$

5) $\dfrac{2x+1}{x-1} > 1 \qquad x \neq 1$

$\dfrac{2x+1}{x-1} - 1 > 0 \Leftrightarrow \dfrac{2x+1-(x+1)}{x-1} = \dfrac{x+2}{x-1} > 0$

$x \in (-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$

6) $\dfrac{x+1}{3-x} \leq 2 \qquad x \neq 3$

$\dfrac{x+1}{3-x} - 2 \leq 0 \Leftrightarrow \dfrac{x+1-2(3-x)}{3-x} = \dfrac{3x-5}{3-x} \leq 0$

$x \in \left(-\infty, \dfrac{5}{3}\right] \cup (3, +\infty)$

2.2 KVADRATNE JEDNAČINE I NEJEDNAČINE

- Rešiti kvadratne jednačine:

1) $x^2+x-2=0$
2) $x^2+x-6=0$
3) $x^2+x=0$
4) $x^2-4=0$
5) $-x^2+3x+4=0$
6) $x^2+2x+1=0$
7) $x^2-10x+25=0$
8) $x^2+1=0$
9) $x^2-2x+2=0$
10) $-x^2+4x-13=0$

Uputstva za rešavanje:

Za kvadratnu jednačinu u obliku: $ax^2+bx+c=0$

Rešenja se dobijaju korišćenjem obrasca:

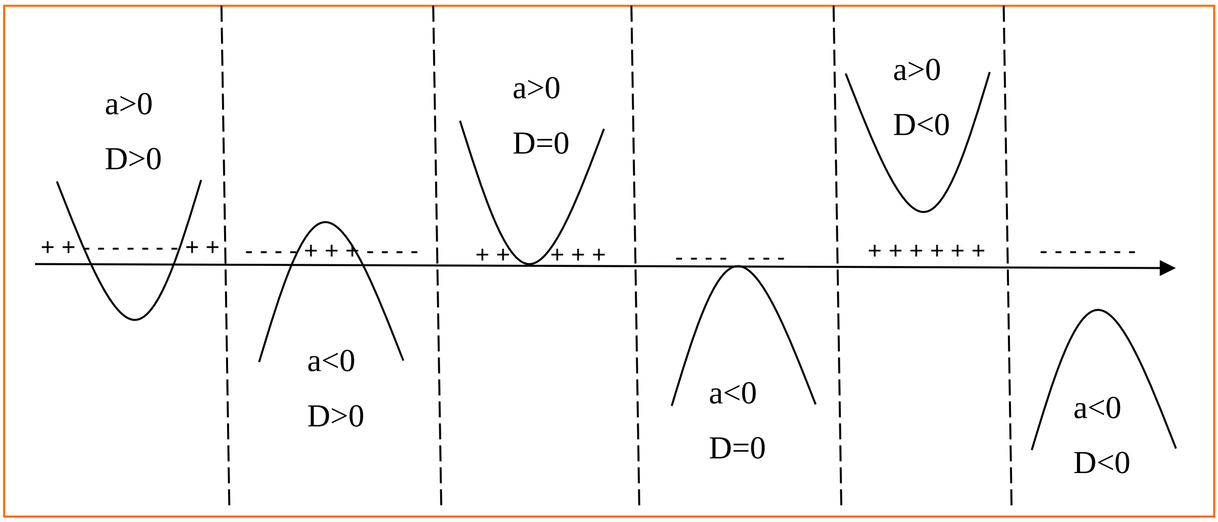
$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Broj i prirodu rešenja kvadratne jednačine određuje potkorena veličina, **diskriminanta:**

$$D=b^2-4ac$$

Razlikuju se sledeći slučajevi:

Diskriminanta	***Broj i priroda rešenja***
$D>0$	2 realna i različita rešenja
$D=0$	1 dvostruko realno rešenje
$D<0$	2 konjugovano kompleksna rešenja



U zavisnosti od znaka diskriminante i koeficijenta *a* uz kvadratni član, kvadratne parabole će imati različite položaje u odnosu na *x*-osu, što određuje znak kvadratne funkcije (kada je pozitivna, a kada negativna):

Rešenja:

1) $x^2 + x - 2 = 0$; $x_1 = -2 \vee x_2 = 1$
2) $x^2 + x - 6 = 0$; $x_1 = -3 \vee x_2 = 2$
3) $x^2 + x = 0$; $x_1 = -1 \vee x_2 = 0$
4) $x^2 - 4 = 0$; $x_1 = -2 \vee x_2 = 2$
5) $-x^2 + 3x + 4 = 0$; $x_1 = -1 \vee x_2 = 4$
6) $x^2 + 2x + 1 = 0$; $x_1 = x_2 = -1$
7) $x^2 - 10x + 25 = 0$; $x_1 = x_2 = 5$
8) $x^2 + 1 = 0$; $x_1 = -i \vee x_2 = i$
9) $x^2 - 2x + 2 = 0$; $x_1 = 1 - i \vee x_2 = 1 + i$
10) $-x^2 + 4x - 13 = 0$; $x_1 = 2 - 3i \vee x_2 = 2 + 3i$

- <u>Za koju vrednost realnog parametra *m* će parabole</u>

1) $y = x^2 + 3x - m + 1$
2) $y = 2x^2 - x + 2m - 3$
3) $y = -x^2 - x + m + 2$
4) $y = x^2 + mx + 3$
5) $y = (m+1)x^2 - 2x + 3$

a) dodirivati x-osu,
b) biti stalno pozitivne,
c) biti stalno negativne.

Uputstva za rešavanje:

Kvadratna parabola $y = ax^2 + bx + c;\quad a \neq 0$ sa diskriminantom $D = b^2 - 4ac$ će

a) dodirivati x-osu ako je $D = 0$
b) biti stalno pozitivna ako je $a > 0 \wedge D < 0$
c) biti stalno negativna ako je $a < 0 \wedge D < 0$

Rešenja:

1) $y = x^2 + 3x - m + 1 \quad \Rightarrow D = 4m + 5$

$a) \, m = -\frac{5}{4}$

$b) \, a > 0 \Rightarrow m \in \left(-\infty, -\frac{5}{4} \right)$

$c) \, nemoguće$

2) $y = 2x^2 - x - + m - 3 \quad \Rightarrow D = 25 - 16m$

$a) \, m = \frac{25}{16}$

$b) \, a > 0 \Rightarrow m \in \left(\frac{25}{16}, +\infty \right)$

$c) \, nemoguće$

3) $y = -x^2 - x - + m + 2 \quad \Rightarrow D = 4m + 9$

$a) \, m = -\frac{9}{4}$

$b) \, nemoguće$

$c) \, a < 0 \Rightarrow m \in \left(-\infty, -\frac{9}{4} \right)$

4) $y = x^2 + mx + 3 \quad \Rightarrow D = m^2 - 12$

$a) \, D = 0 \quad \Rightarrow m_1 = -2\sqrt{3} \vee m_2 = 2\sqrt{3}$

$b) \, a > 0 \wedge D < 0 \Rightarrow m \in \left(-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3} \right)$

$c) \, nemoguće$

5) $y = (m+1)x^2 - 2x + 3; \quad a \neq 0 \Rightarrow m \neq 1 \quad \wedge \quad D = -12m - 8$

$a) \, D = 0 \quad \Rightarrow m_1 = -\frac{2}{3}$

$b) \, a > 0 \wedge D < 0 \Rightarrow m \in \left(-\frac{2}{3}, +\infty \right)$

$c) \, a < 0 \wedge D < 0 \quad nemoguće$

➢ <u>Odrediti realna rešenja bikvadratnih i ostalih jednačina koje se svode na kvadratnu:</u>

1) $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

2) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

3) $x^4 - 6x^2 + 5 = 0$

4) $x^4 + 3x^2 + 2 = 0$

5) $x^6 + 7x^3 - 8 = 0$

6) $8x^6 - 9x^3 + 1 = 0$

Uputstva za rešavanje:

Bikvadratne jednačine se svode na kvadratne smenom $t = x^2$. Kada se reši kvadratna jednačina po *t*, vraća se smena i traže se i rešenja po *x*. Ukupno postoje četiri rešenja: sva četiri mogu biti realna, (ako su t_1 i t_2 pozitivni), dva realna i dva konjugovano kompleksna (ako je jedno od rešenja po *t* pozitivno a drugo negativno) ili sva četiri kompleksna (ako su t_1 i t_2 negativni ili i sami konjugovano kompleksni). Potražićemo samo realna rešenja jednačina!

Rešenja:

1) $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$;

Uvođenjem smene $t = x^2$, jednačina se svodi na kvadratnu $t^2 + 3t - 4 = 0$ koja ima rešenja $t_1 = -4 \vee t_2 = 1$. Vraćanjem smene dobijaju se kvadratne jednačine $x^2 = -4 \vee x^2 = 1$. Prva od njih daje imaginarna rešenja: $x_1 = -2i \vee x_2 = 2i$, a druga realna: $x^2 = 1 \quad \Rightarrow \underline{x_3 = -1 \vee x_4 = 1}$.

2) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$; $\quad$ *posle smene*: $t^2 - 3t - 4 = 0$

rešenja: $\quad x_1 = -2 \vee x_2 = 2$

3) $x^4 - 6x^2 + 5 = 0$; $\quad$ *posle smene*: $t^2 - 6t + 5 = 0$

rešenja: $\quad x_1 = -1 \vee x_2 = 1 \vee x_3 = -\sqrt{5} \vee x_4 = \sqrt{5}$

4) $x^4 + 3x^2 + 2 = 0$; $\quad$ *posle smene*: $t^2 + 3t + 2 = 0$

$t_1 = x^2 = -1 \quad \vee \quad t_2 = x^2 = -2$; *sva četiri rešenja su imaginarna!*

<u>Polazna jednačina nema realnih rešenja.</u>

5) $x^6 + 7x^3 - 8 = 0$; $\quad$ *posle smene* $\quad x^3 = t \quad$ *daje*: $t^2 + 7t - 8 = 0$

rešenja po t: $\quad t_1 = -8 \vee t_2 = 1$

$x^3 = -8 \quad \Rightarrow \underline{x_1 = -2} \quad \vee \quad x^3 = 1 \quad \Rightarrow \underline{x_2 = 1}$

6) $8x^6 - 9x^3 + 1 = 0$; $\quad$ *posle smene* $\quad x^3 = t \quad$ *daje*: $8t^2 - 9t + 1 = 0$

rešenja po t: $\quad t_1 = 1 \vee t_2 = \frac{1}{8}$

$x^3 = 1 \quad \Rightarrow \underline{x_1 = 1} \quad \vee \quad x^3 = \frac{1}{8} \quad \Rightarrow \underline{x_2 = \frac{1}{2}}$

2.3 IRACIONALNE JEDNAČINE

- Rešiti iracionalne jednačine:

1) $\sqrt{x+2}=x$
2) $2\sqrt{x+5}=x+2$
3) $\sqrt{7-x}=x-1$
4) $\sqrt{12-x}=x$
5) $\sqrt{x+1}=x-5$
6) $\frac{1}{\sqrt{x}}+3\sqrt{x}=4$
7) $\frac{2}{\sqrt{x-1}}-\sqrt{x-1}=1$
8) $\sqrt{2x-3}-\sqrt{x+3}=0$
9) $\sqrt{x+2}+\sqrt{3-x}=3$
10) $\sqrt{x-3}+\sqrt{1-x}=3$
11) $2\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}-3=0$
12) $\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}-6=0$

Uputstva za rešavanje:

Pri rešavanju iracionalnih jednačina radi se isključivo sa realnim brojevima, pa dolaze u obzir samo realna rešenja i pozitivne vrednosti korena. Iracionalna jednačina $\sqrt{a(x)}=b(x)$ je definisana za $\underline{\underline{a(x)\geq 0}}\wedge \underline{\underline{b(x)\geq 0}}$. Rešava se kvadriranjem, tj. jednačina $\sqrt{a(x)}=b(x)$ je ekvivalentna sistemu $a(x)=b^2(x)\wedge b(x)\geq 0$. Praktično, uslov $a(x)\geq 0$ nije neophodno proveravati s obzirom da je jednak kvadratu iskaza, dakle pozitivan.

Rešenja:

1) $\sqrt{x+2}=x$ se kvadriranjem svodi na $x+2=x^2 \Rightarrow x^2-x-2=0$ koja ima rešenja $x_1=-1\vee x_2=2$. Rešenje $x_1=-1$ mora da se odbaci zbog uslova definisanosti iracionalne jednačine: $x\geq 0$, tako da polazna jednačina ima jedno rešenje $x=2$.

2) $2\sqrt{x+5}=x+2$ se kvadriranjem svodi na $x^2-16=0$ koja ima rešenja $x_1=-4\vee x_2=4$ Rešenje $x_1=-4$ mora da se odbaci zbog uslova definisanosti iracionalne jednačine: $x+2\geq 0$, tako da polazna jednačina ima jedno rešenje $x=4$.

3) $\sqrt{7-x}=x-1$ se kvadriranjem svodi na $x^2-x-6=0$ koja ima rešenja $x_1=-2\vee x_2=3$ Rešenje $x_1=-2$ mora da se odbaci zbog uslova definisanosti iracionalne jednačine: $x-1\geq 0$, tako da polazna jednačina ima jedno rešenje $x=3$.

4) $\sqrt{12-x}=x$ se kvadriranjem svodi na $x^2+x-12=0$. Rešenje $x_1=-4$ mora da se odbaci zbog uslova definisanosti iracionalne jednačine: $x\geq 0$, tako da polazna jednačina ima jedno rešenje $x=3$.

5) $\sqrt{x+1}=x-5$ se kvadriranjem svodi na $x^2-11x+24=0$. Rešenje $x_1=3$ mora da se odbaci zbog uslova definisanosti iracionalne jednačine: $x-5\geq 0$, tako da polazna jednačina ima jedno rešenje $x=8$.

6) $\frac{1}{\sqrt{x}}+3\sqrt{x}=4$ ima uslov egzistencije $x>0$ (strogo veće, bez jednakosti) jer se nalazi i u imeniocu. Smenom $t=\sqrt{x}$ i sređivanjem, dobija se kvadratna jednačina $3t^2-4t+1=0$, čija su rešenja $t_1=1\vee t_2=\frac{1}{3}$. Vraćanjem smene dobijaju se i konačna rešenja: $x_1=1\vee x_2=\frac{1}{9}$

7) $\frac{2}{\sqrt{x-1}}-\sqrt{x-1}=1$ ima uslov egzistencije $x-1>0\Rightarrow x>1$ (bez jednakosti). Smenom $t=\sqrt{x-1}$ i sređivanjem, dobija se kvadratna jednačina $t^2+t-2=0$, čija su rešenja $t_1=1\vee t_2=-2$. Negativno rešenje se odbacuje zbog uslova definisanosti, pa se vraćanjem smene u validno rešenje dobija konačno: $\sqrt{x-1}=1\Rightarrow x=2$

8) $\sqrt{2x-3}-\sqrt{x+3}=0$ se kvadriranjem svodi na linearnu jednačinu $2x-3=x+3$. Rešenje $x=6$ zadovoljava uslov definisanosti iracionalne jednačine: $2x-3\geq 0\wedge x+3\geq 0$. (Napomena: pre kvadriranja drugi koren treba prebaciti na desnu stranu znaka jednakosti, jer bi bez tog kvadriranjem <u>razlike</u> korenova imali i dalje član sa korenovima – „dvostruki prvi puta drugi“.)

9) $\sqrt{x+2}+\sqrt{3-x}=3$ se dvostrukim kvadriranjem svodi na $x^2-x-2=0$ koja ima rešenja $x_1=-1\vee x_2=2$. S obzirom da uslov definisanosti: $x+2\geq 0\wedge 3-x\geq 0$, daje oblast definisanosti: $x\in[-2,3]$, oba rešenja su validna. (Napomena: pre prvog kvadriranja jedan od korenova treba prebaciti na desnu stranu znaka jednakosti, a pre drugog kvadriranja preostali koren mora ostati sam na jednoj strani jednakosti.)

10) $\sqrt{x-3}+\sqrt{1-x}=3$ nema rešenja, jer uslov definisanosti jednačine: $x-3\geq 0\wedge 1-x\geq 0$, daje nemoguće uslove; nema broja koji može istovremeno biti $x\geq 3\wedge x\leq 1$

11) $2\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}-3=0$ smenom $t=\sqrt[3]{x}$ postaje $2t^2+t-3=0$. Ova kvadratna jednačina ima rešenja $t_1=-1\vee t_2=-\frac{3}{2}$. Vraćanjem smene $x=t^3$ dobijaju se rešenja $x_1=-1\vee x_2=-\frac{27}{8}$.

Ova iracionalna jednačina nema uslova egzistencije jer su u pitanju neparni korenovi.

12) $\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}-6=0$ smenom $t=\sqrt[3]{x}$ postaje $t^2-t-6=0$, sa rešenjima $t_1=-2\vee t_2=3$. Vraćanjem smene $x=t^3$ dobijaju se rešenja $x_1=-8\vee x_2=27$.

2.4 EKSPONENCIJALNE JEDNAČINE

Rekapitulacija: osobine stepena

$$a^1 = a, \quad a^{m+1} = a^m \cdot a \quad ; \quad m \in N$$
$$a^0 = 1, \quad a \neq 0$$
$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}, \quad a \neq 0 \quad ; \quad m \in N$$
$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$
$$a^m : a^n = a^{m-n}$$
$$(a^m)^n = a^{mn}$$
$$(ab)^m = a^m b^m$$
$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \quad ; \quad b \neq 0$$
$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p} \quad ; \quad a \geq 0, \quad p \in Z, \quad q \in N$$

- Rešiti eksponencijalne jednačine:

1) $2^{2x+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-4}$

2) $\left(\frac{2}{5}\right)^{5x+4} = \left(\frac{5}{2}\right)^{2x-1}$

3) $\left(\frac{3}{4}\right)^{x+2} = \left(\frac{4}{3}\right)^{4x+1}$

4) $2^{x^2+2x-3} = 1$

5) $5^{x^2+4x-5} = 1$

6) $\frac{1}{8}2^{2x+1} = \left(\sqrt{2}\right)^{x+3}$

7) $\frac{1}{9}3^{x+1} = 3\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{3x+7}$

8) $2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x + 4 = 0$

9) $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$

10) $5^{2x-1} + 5^{x+1} = 250$

11) $5^{x+1} - 5^{x-1} = 24$

12) $2^{2+x} - 2^{2-x} = 15$

Uputstva za rešavanje:

Eksponencijalna jednačina ima osnovni oblik: $a^{f(x)} = a^{g(x)}$; nepoznata je u eksponentu. Uslov je da je osnova pozitivna i nije jednaka jedan: $a > 0 \wedge a \neq 1$. U narednim zadacima je postavku potrebno prvo svesti na istu osnovu, nakon čega se rešenje traži na sledeći način:

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \quad \Leftrightarrow \quad f(x) = g(x)$$

Rešenja:

1) $2^{2x+1}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{3x-4}$; $\quad 2^{2x+1}=2^{-3x+4}\Leftrightarrow 2x+1=-3x+4\Rightarrow 5x=3$ daje rešenje $x=\dfrac{3}{5}$.

2) $\left(\dfrac{2}{5}\right)^{5x+4}=\left(\dfrac{5}{2}\right)^{2x-1}$; $\Leftrightarrow 5x+4=-2x+1\Rightarrow x=-\dfrac{3}{7}$.

3) $\left(\dfrac{3}{4}\right)^{x+2}=\left(\dfrac{4}{3}\right)^{4x+1}$; $\Rightarrow x=-\dfrac{3}{5}$.

4) $2^{x^2+2x-3}=1$ se svodi na $x^2+2x-3=0$, jer je $1=2^0$. Kvadratna jednačina ima rešenja: $x_1=-3\vee x_2=1$.

5) $5^{x^2+4x-5}=1 \quad \Leftrightarrow x^2+4x-5=0$ ima rešenja: $x_1=-5\vee x_2=1$.

6) $\dfrac{1}{8}2^{2x+1}=\left(\sqrt{2}\right)^{x+3}$ svođenjem postaje: $2^{-3}2^{2x+1}=\left(2^{1/2}\right)^{x+3}\Leftrightarrow 2x+1-3=\dfrac{1}{2}(x+3)$, pa je rešenje $x=\dfrac{7}{3}$

7) $\dfrac{1}{9}3^{x+1}=3\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^{3x+7}$ svođenjem postaje: $3^{-2}3^{x+1}=3\left(3^{-1/2}\right)^{3x+7}\Leftrightarrow x+1-2=-\dfrac{1}{2}(3x+7)+1$, pa je rešenje $x=-\dfrac{3}{5}$.

8) $2^{2x+1}-9\cdot 2^x+4=0$ pomoću smene $2^x=t$ postaje kvadratna jednačina $2t^2-9t+4=0$. Njena rešenja su: $t_1=4\vee t_2=\dfrac{1}{2}$, a posle vraćanja smene: $x_1=2\vee x_2=-1$.

9) $3^{2x+1}-10\cdot 3^x+3=0$ na sličan način, smenom $3^x=t$ postaje $3t^2-10t+3=0$. Rešenja su $t_1=3\vee t_2=\dfrac{1}{3}$, a posle vraćanja smene: $x_1=1\vee x_2=-1$.

10) $5^{2x-1}+5^{x+1}=250$ sa $5^x=t$ postaje $\dfrac{1}{5}t^2+5t-250=0$. Od rešenja: $t_1=25\vee t_2=-50$ ima smisla uzeti samo pozitivno, jer je stepena funkcija uvek pozitivna. Konačno rešenje početne eksponencijalne jednačine je $x=2$.

11) $5^{x+1}-5^{x-1}=24\Rightarrow \quad 5\cdot 5^x-\dfrac{1}{5}5^x=24\Rightarrow \quad 5^x\dfrac{24}{5}=24 \quad \Leftrightarrow x=1$.

12) $2^{2+x}-2^{2-x}=15 \quad \Rightarrow \quad 4\cdot 2^{x}-4\cdot\frac{1}{2^{x}}=15$ uz smenu $2^{x}=t$ postaje kvadratna jednačina $4t^{2}-15t+4=0$, sa rešenjima $t_1=4 \vee t_2=-\frac{1}{4}$. Kako je samo pozitivno rešenje moguća vrednost eksponencijalnog izraza, konačno je $x=2$.

2.5 LOGARITAMSKE JEDNAČINE

Rekapitulacija: osobine logaritma

$$\boxed{a^{\log_a b} = b} \qquad a>0, \quad a\neq 1, \quad b>0$$

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^n = n\log_a x$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_{a^s} x = \frac{1}{s}\log_a x$$

$$\log_{a^s} x^s = \log_a x$$

- Rešiti logaritamske jednačine:

1) $\log_3(5x+1)=2$

2) $\log_2(x+1)=2$

3) $\log_3(5-\log_3 x)=1$

4) $\log_2(1-\log_3 x)=1$

5) $\log_2(2+\log_5(x+5))=0$

6) $\log_3(3^x-8)=2-x$

7) $\log_2(2^x+1)=x+1$

8) $\log_3(3^x-6)=x-1$

9) $2(\log_3 x)^2-5\log_3 x+2=0$

10) $2(\log_2 x)^2-9\log_2 x+4=0$

Uputstva za rešavanje:

U ovim jednačinama nepoznata je u argumentu logaritamske funkcije. Kako je logaritamska inverzna funkcija eksponencijalnoj, osnovni način rešavanja je antilogaritmovanjem: $\log_a f(x)=b \quad \Rightarrow \quad f(x)=a^b$

Druga varijanta je poređenjem argumenata: $\log_a f(x)=\log_a g(x) \quad \Leftrightarrow \quad f(x)=g(x)$, za funkcije sa istom pozitivnom osnovom a ($a>0 \wedge a\neq 1$). Dodatni uslov je da argumenti logaritamskih funkcija takođe moraju biti strogo pozitivni: $f(x)>0 \wedge g(x)>0$.

Rešenja:

1) $\log_3(5x+1)=2 \quad \Rightarrow 5x+1=3^2 \Leftrightarrow x=\frac{8}{5}$

2) $\log_2(x+1)=2 \quad \Rightarrow x+1=2^2 \quad \Leftrightarrow x=3$

3) $\log_3(5-\log_3 x)=1 \quad \Rightarrow 5-\log_3 x=3^1 \Rightarrow \quad \log_3 x=2 \quad \Leftrightarrow x=3^2=9$

4) $\log_2(1-\log_3 x)=1 \quad \Rightarrow 1-\log_3 x=2^1 \Rightarrow \quad \log_3 x=-1 \quad \Leftrightarrow x=3^{-1}=\frac{1}{3}$

5) $\log_2(2+\log_5(x+5))=0 \quad \Rightarrow 2+\log_5(x+5)=2^0 \Rightarrow$

$\log_5(x+5)=-1 \quad \Leftrightarrow x+5=5^{-1} \Rightarrow x=-\frac{24}{5}$

6) $\log_3(3^x-8)=2-x \quad \Rightarrow 3^x-8=3^{2-x}=\frac{9}{3^x}$. Smenom $3^x=t$ i sređivanjem, dobija se kvadratna jednačina $t^2-8t-9=0$, sa rešenjima: $t_1=9 \vee t_2=-1$. Kako je u smeni eksponencijalna jednačina, samo pozitivno rešenje je moguće, pa je, posle vraćanja smene: $x=2$.

7) $\log_2(2^x+1)=x+1 \quad \Rightarrow 2^x+1=2^{x+1}=2\cdot 2^x \Rightarrow \quad 2^x=1 \quad \Leftrightarrow x=0$

8) $\log_3(3^x-6)=x-1 \quad \Rightarrow 3^x-6=3^{x-1} \Rightarrow \quad 3^x=9 \quad \Leftrightarrow x=2$

9) $2(\log_3 x)^2-5\log_3 x+2=0$ smenom $\log_3 x=t$ od logaritamske se dobija kvadratna jednačnina $2t^2-5t+2=0$, sa rešenjima: $t_1=2 \vee t_2=\frac{1}{2}$. Oba rešenja su moguća, tako da posle vraćanja smene imamo dva rešenja: $x_1=9 \vee x_2=\sqrt{3}$

10) $2(\log_2 x)^2-9\log_2 x+4=0$ smenom $\log_2 x=t$ od logaritamske se dobija kvadratna jednačnina $2t^2-9t+4=0$, sa rešenjima: $t_1=4 \vee t_2=\frac{1}{2}$. Oba rešenja su moguća, tako da posle vraćanja smene imamo dva rešenja: $x_1=16 \vee x_2=\sqrt{2}$

2.6 ARITMETIČKI I GEOMETRIJSKI NIZOVI

2.6.1 Aritmetički niz

Niz brojeva sa osobinom da je razlika između susednih članova uvek ista zove se aritmetički. Osnovni parametri koji ga određuju su prvi član niza i razlika (između svaka dva susedna člana). Odgovarajuće formule su date u sledećoj tabeli:

$\boldsymbol{a_1}$	prvi član niza
$\boldsymbol{d}$	razlika
$a_{n+1} = a_n + d$	formiranje nizova
$a_n = a_1 + (n-1)d$	*n*-ti član niza
$S_n = \dfrac{n(a_1 + a_n)}{2}$	suma prvih *n* članova niza

- <u>Za sledeće aritmetičke nizove izračunati: a) prvi član niza i razliku, b) sumu trećeg, petog i desetog člana i c) sumu prvih petnaest članova ako je dato:</u>

1) $a_2 = 2\,;\quad a_5 = 11$

2) $a_3 = 1\,;\quad a_7 = -7$

3) $a_4 = 1\,;\quad a_8 = 3$

4) $a_4 = 1\,;\quad S_4 = 16$

- <u>Ako je data suma prvih *n* članova niza i razlika, odrediti prvi član za slučajeve:</u>

5) $S_7 = 35\,;\quad d = 3$

6) $S_9 = 9\,;\quad d = -1{,}5$

Rešenja:

1) $a_2 = a_1 + d = 2 \quad \wedge \quad a_5 = a_1 + 4d = 11$ daje sistem od dve linearne jednačine, čijim se rešavanjem dobijaju prvi član i razlika: $a_1 = -1 \wedge d = 3$. Kada su oni poznati, lako se računa:

$b)\quad a_3 + a_5 + a_{10} = 5 + 11 + 26 = 42$

$c)\quad S_{15} = \dfrac{15 \cdot (-1 + 41)}{2} = 300$

2) $a_3 = a_1 + 2d = 1 \quad \wedge \quad a_7 = a_1 + 6d = -7$, pa se posle rešavanja ovog sistema dobije:

$a)\quad a_1 = 5 \quad \wedge \quad d = -2$

$b)\quad a_3 + a_5 + a_{10} = 1 - 3 - 13 = -15$

$c)\quad S_{15} = \dfrac{15 \cdot (5 - 23)}{2} = -135$

3) $a_4 = a_1 + 3d = 1; \quad a_8 = a_1 + 7d = 3$. Posle rešavanja ovog sistema dobija se:

$a)\quad a_1 = -\frac{1}{2};\quad d = \frac{1}{2}$

$b)\quad a_3 + a_5 + a_{10} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} + 4 = 6$

$c)\quad S_{15} = \frac{15 \cdot \left(-\frac{1}{2} + \frac{13}{2}\right)}{2} = 45$

4) $a_4 = a_1 + 3d = 1;\quad S_4 = \frac{4(a_1 + 1)}{2} = 16$. Posle rešavanja ovog sistema dobija se:

$a)\quad a_1 = 7;\quad d = -2$

$b)\quad a_3 + a_5 + a_{10} = 3 - 1 - 11 = -9$

$c)\quad S_{15} = \frac{15 \cdot (7 - 21)}{2} = -105$

5) $S_7 = \frac{7}{2}(a_1 + a_n) = \frac{7}{2}(a_1 + a_1 + 6 \cdot 3) = 35$, jer je $d = 3$. Linearna jednačina čije je rešenje: $a_1 = -4$

6) $S_9 = \frac{9}{2}(a_1 + a_n) = \frac{9}{2}(a_1 + a_1 + 8 \cdot (-1{,}5)) = 9$, jer je $d = -1{,}5$. Konačno: $a_1 = 7$

2.6.2 Geometrijski niz

Niz brojeva sa osobinom da je količnik susednih članova uvek isti zove se geometrijski. Osnovni parametri koji ga određuju su prvi član niza i količnik (svaka dva susedna člana). Odgovarajuće formule su date u sledećoj tabeli:

b_1	prvi član niza
q	količnik
$b_{n+1} = b_n q$	formiranje nizova
$b_n = b_1 q^{n-1}$	*n*-ti član niza
$S_n = b_1 \frac{1-q^n}{1-q}$	suma prvih *n* članova niza

➢ Za sledeće geometrijske nizove izračunati: a) prvi član niza i količnik, b) sumu drugog, četvrtog i šestog člana i c) sumu prvih pet članova niza ako je dato:

1) $b_4 = -1;\quad b_7 = 8$

2) $b_3 = -1;\quad b_6 = -27$

3) $b_2 = -4;\quad b_5 = \frac{1}{2}$

4) $b_3 = 3;\quad b_6 = -\frac{1}{9}$

➢ Koliko članova imaju sledeći geometrijski nizovi za koje je poznato:

5) $b_1 = 12; \quad q = 0{,}5; \quad S_n = 22{,}5$ 6) $b_1 = 4; \quad q = 1{,}5; \quad S_n = 32{,}5$

Rešenja:

1) $b_4 = b_1 \cdot q^3 = -1; \quad b_7 = b_1 q^6 = 8$ daje sistem od dve jednačine, čijim se rešavanjem dobijaju prvi član i količnik: $b_1 = \frac{1}{8} \wedge q = -2$. Kada su oni poznati, lako se računa:

$b)$ $b_2 + b_4 + b_6 = -\frac{1}{4} - 1 - 4 = -\frac{21}{4}$

$c)$ $S_5 = \frac{1}{8} \cdot \frac{1-(-2)^2}{1-(-2)} = \frac{11}{8}$

2) $b_3 = b_1 \cdot q^2 = -1 \quad \wedge \quad b_6 = b_1 \cdot q^5 = -27$, pa se posle rešavanja ovog sistema dobije:

$a)$ $b_1 = -\frac{1}{9} \quad \wedge \quad q = 3$

$b)$ $b_2 + b_4 + b_6 = -\frac{1}{3} - 3 - 27 = -\frac{91}{3}$

$c)$ $S_5 = -\frac{1}{9} \cdot \frac{1-3^5}{1-3} = -\frac{121}{9}$

3) $b_2 = b_1 \cdot q = -4 \quad \wedge \quad b_5 = b_1 \cdot q^4 = \frac{1}{2}$, pa se posle rešavanja ovog sistema dobije:

$a)$ $b_1 = 8 \quad \wedge \quad q = -\frac{1}{2}$

$b)$ $b_2 + b_4 + b_6 = -4 - 1 - \frac{1}{4} = -\frac{21}{4}$

$c)$ $S_5 = 8 \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^5}{1-\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{11}{2}$

4) $b_3 = b_1 \cdot q^2 = 3 \wedge \quad b_3 = b_1 \cdot q^5 = -\frac{1}{9}$, pa se posle rešavanja ovog sistema dobije:

$a)$ $b_1 = 27 \quad \wedge \quad q = -\frac{1}{3}$

$b)$ $b_2 + b_4 + b_6 = -9 - 1 - \frac{1}{9} = -\frac{91}{9}$

$c)$ $S_5 = 27 \cdot \frac{1-\left(-\frac{1}{3}\right)^5}{1-\left(-\frac{1}{3}\right)} = \frac{61}{3}$

5) Formula za sumu geometrijskog niza daje eksponencijalnu jednačinu:

$$S_n = 12 \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\left(\frac{1}{2}\right)} = 22{,}5 \Rightarrow 1 - \frac{1}{2^n} = \frac{22{,}5}{24} = \frac{15}{16} \Rightarrow 2^n = 16; \quad n = 4$$

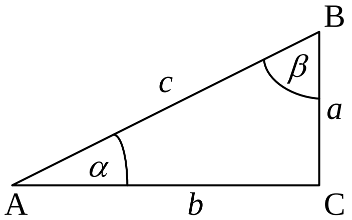
6) Na isti način, iz eksponencijalne jednakosti dobija se isti rezultat n=4.

2.7 PLANIMETRIJA

2.7.1 Trougao

Rekapitulacija: osnovne trigonometrijske vrednosti i formule

$f(\alpha)$ \ α	0	$\frac{\pi}{6}(30°)$	$\frac{\pi}{4}(45°)$	$\frac{\pi}{3}(60°)$	$\frac{\pi}{2}(90°)$
$\sin(\alpha)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(\alpha)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$tg(\alpha)$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞
$ctg(\alpha)$	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

	$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \cos\beta \qquad tg\alpha = \frac{a}{b} = ctg\beta$ $\sin\beta = \frac{b}{c} = \cos\alpha \qquad tg\beta = \frac{b}{a} = ctg\alpha$
jednakostranični trougao:	visina i površina: $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

- Zadaci

1) Uglovi trougla su $\alpha = 40°$; $\gamma = 62°$. Izračunati oštar ugao koji zaklapaju simetrale uglova α i β .
2) U pravouglom trouglu su dati kateta *b* i ugao *α* koji ona zaklapa sa hipotenuzom *c*. $b = 2\sqrt{3}$ $\alpha = 30°$. Izračunati stranice trougla *a*, *c* i dužine težišnih duži t_a, t_b, t_c .
3) Izračunati površinu jednakokrakog trougla kome su kraci dužine 5, a ugao pri vrhu $\beta = 30°$.
4) Izračunati površinu jednakokrakog trougla kome su kraci dužine 2, a ugao na osnovici $\alpha = 75°$.

5) Izračunati površinu trougla kome su date dve stranice i ugao koga one zaklapaju.

$a)$ $b=3\,;c=5\,;\alpha=45°;$

$b)$ $a=2\,;c=7\,;\beta=60°;$

$c)$ $a=3\,;b=5\,;\gamma=30°.$

6) Date su tri stranice trougla *a*, *b*, *c*. Izračunati površinu trougla *P*, poluprečnik upisanog kruga *r* i poluprečnik opisanog kruga *R*.

$a)$ $a=7\,;b=5\,;c=4\,;$

$b)$ $a=8\,;b=3\,;c=7.$

Rešenja:

1) Treći ugao trougla iznosi $\beta=180-(\alpha+\gamma)=78°$, pa je oštar ugao koji zaklapaju simetrale uglova α i β jednak $\delta=\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}=20°+39°=59°$

(Po teoremi da je spoljašnji ugao trougla jednak zbiru dva njemu nesusedna ugla.)

2) $\frac{a}{b}=tg30°\Rightarrow a=b\cdot tg30°=2\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}=2;\quad a=2$

$$\frac{b}{c}=\cos30°\Rightarrow c=\frac{b}{\cos30°}=\frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=4;\quad c=4$$

Ako sa A_1,B_1,C_1 označimo središta stranica trougla ABC, onda će AA_1, BB_1, i CC_1 biti tražene težišne duži. Prve dve sa temenom C (prav ugao) formiraju pravougle trouglove, pa ih je lako naći preko Pitagorine teoreme. Težišna duž na hipotenuzu je njena polovina, jer uvek deli pravougli trougao na dva jednakokraka:

$$t_a=AA_1=\sqrt{CA_1^{\,2}+CA^{\,2}}=\sqrt{1^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{13}$$

$$t_b=BB_1=\sqrt{CB_1^{\,2}+CB^{\,2}}=\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+2^2}=\sqrt{7}$$

$$t_c=\frac{c}{2}=2$$

3) $P_\Delta=\frac{bh_b}{2}=\frac{bb\sin30°}{2}=\frac{25\cdot\frac{1}{2}}{2}=\frac{25}{4}$

4) $P_\Delta=\frac{bh_b}{2}=\frac{bb\sin30°}{2}=\frac{4\cdot\frac{1}{2}}{2}=\frac{4}{4}=1$

5) Izačunavanje površine proizvoljnog trougla preko dve stranice i ugla koji one grade: $P_\Delta = \frac{bc\sin\alpha}{2} = \frac{ac\sin\beta}{2} = \frac{ab\sin\gamma}{2}$, pa se u konkretnim slučajevima dobija:

$$a)\quad b=3;\, c=5;\, \alpha=45^\circ \Rightarrow P_\Delta = \frac{bc\sin\alpha}{2} = \frac{3\cdot5\cdot\sin45^\circ}{2} = \frac{15\sqrt{2}}{4}$$

$$b)\quad a=2;\, c=7;\, \beta=60^\circ \Rightarrow P_\Delta = \frac{ac\sin\beta}{2} = \frac{2\cdot7\cdot\sin60^\circ}{2} = \frac{7\sqrt{3}}{2}$$

$$c)\quad a=3;\, b=5;\, \gamma=30^\circ \Rightarrow P_\Delta = \frac{ab\sin\gamma}{2} = \frac{3\cdot5\sin30^\circ}{2} = \frac{15}{4}$$

6) Primenom Heronovog obrasca može da se izračuna površina proizvoljnog trougla P: $P_\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, a pomoću formula za površinu: $P_\Delta = rs$ $\quad i \quad$ $P_\Delta = \frac{abc}{4R}$, se mogu dobiti poluprečnici upisanog (*r*) i opisanog (*R*) kruga. Veličina *s* koja figuriše u izrazima je poluobim (polovina obima).

$$a)\quad a=7;\, b=5;\, c=4 \Rightarrow s=8$$

$$P_\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{8(8-7)(8-5)(8-4)} = 4\sqrt{6}$$

$$r = \frac{P_\Delta}{s} = \frac{4\sqrt{6}}{8} = \frac{\sqrt{6}}{2} \quad \wedge \quad R = \frac{abc}{4P_\Delta} = \frac{140}{16\sqrt{6}} = \frac{35}{4\sqrt{6}}$$

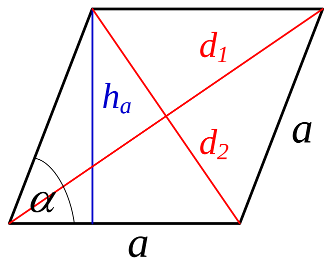
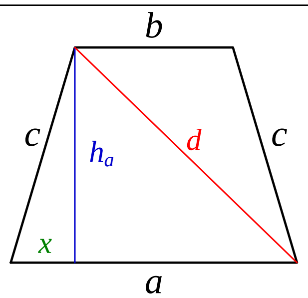
$$b)\quad a=8;\, b=3;\, c=7 \Rightarrow s=9$$

$$P_\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{9(9-8)(9-3)(9-7)} = 6\sqrt{3}$$

$$r = \frac{P_\Delta}{s} = \frac{6\sqrt{3}}{9} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \quad \wedge \quad R = \frac{abc}{4P_\Delta} = \frac{168}{24\sqrt{3}} = \frac{7}{\sqrt{3}}$$

2.7.2 Četvorougao

Rekapitulacija: osnovne formule

<table>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>$P = a\cdot h_a = a^2\sin\alpha = \frac{1}{2}d_1d_2$</td><td>$P = \frac{a+b}{2}\cdot h_a$</td></tr>
</table>

- Zadaci

1) Izračunati obim i površinu pravougaonika kome je dijagonala d = 5, a ugao koji ona zaklapa sa jednom stranicom $\alpha = 30°$.
2) Dat je romb kome je stranica $a = 10$ i oštar ugao $\alpha = 45°$. Izračunati površinu romba P i proizvod dijagonala $d_1\ i\ d_2$.
3) Izračunati obim , površinu i dijagonalu jednakokrakog trapeza kome je veća osnovica a=8, krak c=4, a ugao na osnovici $\alpha = 60°$.
4) Ako se kvadrat stranice a „iskrivi“ na romb sa oštrim uglom od $\alpha = 30°$, koliko se puta smanji njegova površina?
5) Kolika je površina jednakokrakog trapeza sa osnovicama a=14, b=8 i krakom c=5?

Rešenja:

1) Dijagonala deli pravougaonik na dva pravougla trougla; stranice kvadrata su im katete, a dijagonala hipotenuza. Katete se računaju preko trigonometrijskih funkcija ugla:

$$\frac{a}{d} = \cos\alpha \Rightarrow a = d\cos 30° = \frac{5\sqrt{3}}{2} \quad \wedge \quad \frac{b}{d} = \sin\alpha \Rightarrow b = d\sin 30° = \frac{5}{2},$$

pa su obim i površina:

$$O = 2a + 2b = 5\sqrt{3} + 5 = 5\left(\sqrt{3}+1\right) \quad \wedge \quad P = ab = \frac{5\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{5}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{4}$$

2) $P = ah_a = a^2 \sin 45° = 100\dfrac{\sqrt{2}}{2} = 50\sqrt{2}$. Površina je jednaka polovini proizvoda dijagonala, pa je: $P = \dfrac{d_1\, d_2}{2}$; $\quad d_1 d_2 = 2P = 100\sqrt{2}$

3) Krak trapeza, visina i veličina x (na slici, polovina razlike osnovica) formiraju pravougli trougao, iz koga možemo naći x, samim tim i drugu osnovu, kao i visinu:

$$\frac{x}{c} = \cos\alpha \Rightarrow x = 4\cos 60° = 4\frac{1}{2} = 2; \quad b = a - 2x = 8 - 4 = 4$$

$$\frac{h}{c} = \sin\alpha \Rightarrow h = 4\sin 30° = 4\frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

Obim, površina i dijagonala (pravougli trougao sa visinom i odsečkom a–x) trapeza:

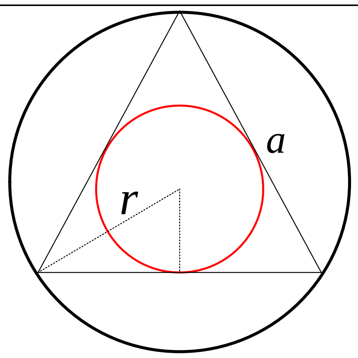
$$O = a + b + 2c = 20; \quad P = \frac{(a+b)h}{2} = 6\cdot 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$$

$$d^2 = (a-x)^2 + h^2 \quad \Rightarrow \quad d = \sqrt{36+12} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

4) Ako formiramo količnik površina kvadrata i romba iste dužine stranice, dobija se: $\frac{P_{kv.}}{P_{romb}}=\frac{a^2}{a^2\sin\alpha}=\frac{1}{\sin 30^\circ}=\frac{1}{1/2}=2$. Odgovor je dva puta.

5) Za površinu je potrebno izračunati visinu trapeza iz pravouglog trougla koji formiraju visina, krak i odsečak x koji je jednak polurazlici osnovica: $x=(a-b)/2=3$. Visina je: $h^2=c^2-x^2 \Rightarrow h=\sqrt{c^2-x^2}=4$, a površina: $P=\frac{(a+b)h}{2}=44$.

2.7.3 Krug

	$O=2r\pi$	obim kruga
	$P=r^2\pi$	površina kruga
	$r_{up.}=\frac{1}{3}h_\Delta=\frac{a\sqrt{3}}{6}$	poluprečnik kruga upisanog u jednakostranični trougao
	$r_{op.}=\frac{2}{3}h_\Delta=\frac{a\sqrt{3}}{3}$	poluprečnik kruga opisanog oko jednakostraničnog trougla

➢ <u>Zadaci</u>

1) Izračunati obim i površinu kruga opisanog oko kvadrata stranice a=8.
2) Izračunati obim i površinu kruga opisanog oko jednakostraničnog trougla stranice a=9.
3) Izračunati obim i površinu kruga upisanog u jednakostranični trougao stranice a=12.
4) Naći obim i površinu jednakostraničnog trougla upisanog u krug poluprečnika r=4.
5) Naći obim i površinu jednakostraničnog trougla opisanog oko kruga poluprečnika r=5.

Rešenja:

1) Prečnik kruga opisanog oko kvadrata je jednak dijagonali, tako da je poluprečnik:

$$r=\frac{1}{2}d=\frac{a\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}.$$

Obim i površina kruga su: $O=2r\pi=8\pi\sqrt{2}$; $P=r^2\pi=32\pi$

2) $r_{op.}=\frac{2}{3}h_\Delta=\frac{a\sqrt{3}}{3}=3\sqrt{3}\Rightarrow O=6\pi\sqrt{3}$; $P=27\pi$

3) $r_{up.}=\frac{1}{3}h_\Delta=\frac{a\sqrt{3}}{6}=2\sqrt{3}\Rightarrow O=4\pi\sqrt{3}$; $P=12\pi$

4) Ako je trougao upisan, krug je opisan oko njega, pa je odnos poluprečnika i stranice:

$r_{op.} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow a = r\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$. Obim i površina: $O = 3a = 12\sqrt{3}$; $P = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = 12\sqrt{3}$

5) Ako je trougao opisan, krug je upisan u njega pa je odnos poluprečnika i stranice:

$r_{up.} = \dfrac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow a = 2r\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$.

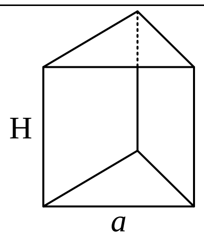
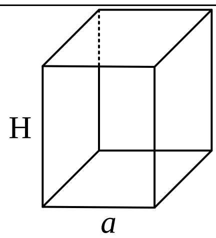
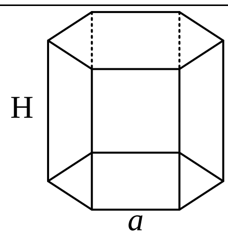
Obim i površina trougla: $O = 3a = 30\sqrt{3}$; $P = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = 75\sqrt{3}$

2.8 STEREOMETRIJA

2.8.1 Prizma

Rekapitulacija: pravilna prizma

Pravilne prave prizme u osnovi imaju pravilne poligone: jednakostranični trougao, kvadrat, pravilan šestougao i sl. Za svaku od njih se površina i zapremina računaju po istom principu:

		
$P = 2B + M = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} + 3aH$ $V = B \cdot H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot H$	$P = 2B + M = 2a^2 + 4aH$ $V = B \cdot H = a^2 \cdot H$	$P = 2B + M = 3a^2\sqrt{3} + 6aH$ $V = B \cdot H = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2} \cdot H$

➢ <u>Zadaci</u>

1) Izračunati površinu i zapreminu trostrane prizme čija je visina H jednaka visini trougla u osnovici, a osnovna ivica a=8.
2) Ako je dijagonalni presek četvorostrane prizme kvadrat stranice 10, izračunati njenu površinu i zapreminu.
3) Izračunati površinu i zapreminu četvorostrane prizme ako se zna da je njena dijagonala D=17 a osnovna ivica $a = 4\sqrt{2}$.
4) Izračunati površinu i zapreminu pravilne šestostrane prizme ako se zna da je presek u ravni koja je normalna na osnovu i sadrži veću dijagonalu osnove, kvadrat stranice 8.

Rešenja:

1) Visina trougla u osnovi, samim tim i prizme je $H = h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$, pa su površina i zapremina prizme:

$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} + 3aH = \frac{64\sqrt{3}}{2} + 3 \cdot 8 \cdot 4\sqrt{3} = 32\sqrt{3} + 96\sqrt{3} = 128\sqrt{3}$$
$$V = BH = 16\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} = 192$$

2) Ako je dijagonalni presek kvadrat, znači da je visina prizme H jednaka dijagonali osnove: d=H=10, te je stranica kvadrata u osnovi $a=\dfrac{d}{\sqrt{2}}=5\sqrt{2}$. Površina i zapremina prizme će biti: $P=2a^2+4aH=100\left(1+2\sqrt{2}\right)$; $V=BH=a^2H=500$

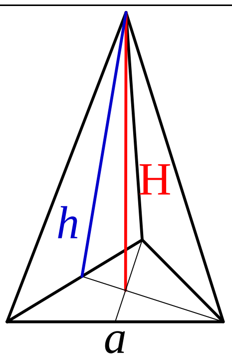
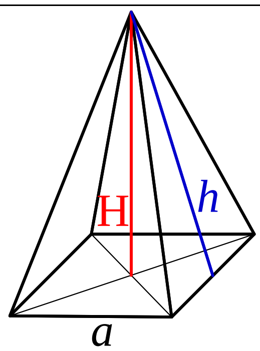
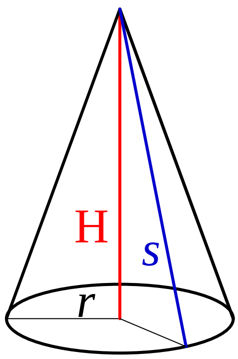
3) Dijagonala prizme spaja naspramna temena (ne leži ni na jednoj njenoj stranici). Ona je hipotenuza pravouglog trougla čije su katete visina prizme i dijagonala kvadrata u osnovi. Visina prizme će biti: $d=a\sqrt{2}=8\Rightarrow\quad H=\sqrt{D^2-d^2}=\sqrt{17^2-8^2}=15$. Površina i zapremina: $P=2a^2+4aH=64+240\sqrt{2}$; $V=BH=a^2H=480$

4) U pitanju je glavni dijagonalni presek; sadrži glavnu dijagonalu šestougla (veću) i visinu prizme. Kako je glavna dijagonala jednaka dvostrukoj dužini stranice šestougla, sledi: $2a=H=8\ \Rightarrow a=4$, pa su površina i zapremina prizme:

$$P=3a^2\sqrt{3}+6aH=3\cdot16\sqrt{3}+6\cdot4\cdot8=48\left(\sqrt{3}+4\right)$$
$$V=BH=24\sqrt{3}\cdot8=192\sqrt{3}$$

2.8.2 Piramida i kupa

Rekapitulacija: pravilna piramida i prava kupa

		
$P=B+M=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}+\dfrac{3ah}{2}$ $V=\dfrac{1}{3}B\cdot H=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{12}\cdot H$	$P=B+M=a^2+2ah$ $V=\dfrac{1}{3}B\cdot H=\dfrac{1}{3}a^2H$	$P=B+M=r^2\pi+sr\pi$ $V=\dfrac{1}{3}B\cdot H=\dfrac{1}{3}r^2\pi\cdot H$

➢ <u>Zadaci</u>

1) Osnovna ivica pravilne četvorostrane piramide je a=10, a visina bočne strane h=13. Izračunati njenu površinu i zapreminu.

2) Osnovna ivica pravilne trostrane piramide je $a = 10\sqrt{3}$, a visina bočne strane h=13. Izračunati njenu površinu i zapreminu.
3) Visina pravilne četvorostrane piramide iznosi $H = 10\sqrt{2}$, a visina bočne stranice h=15. Izračunati njenu površinu i zapreminu.
4) Visina pravilne trostrane piramide iznosi $H = 10\sqrt{2}$, a visina bočne stranice h=15. Izračunati njenu površinu i zapreminu.
5) Izračunati površinu i zapreminu kupe čiji je prečnik osnove jednak visini, H=10.
6) Izračunati zapreminu kupe čija je površina osnove jednaka polovini površine omotača, ako je poluprečnik osnove r=6.

Rešenja:

1) Prvo je potrebno izračunati visinu piramide H, pomoću pravouglog trougla koji ona formira sa visinom bočne strane. Treća strana tog trougla je polovina stranice a, pa je pomoću Pitagorine teoreme: $H = \sqrt{h^2 - (a/2)^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$. Površina i zapremina:
$$P = a^2 + 2ah = 100 + 260 = 360$$
$$V = \frac{1}{3}a^2 H = \frac{1}{3}\cdot 100 \cdot 12 = 400$$
2) Prvo je potrebno izračunati visinu piramide H, pomoću pravouglog trougla koji ona formira sa visinom bočne strane. Njegova druga kateta je trećina težišne duži jednakostraničnog trougla u osnovi, jer visina prave piramide pada u težište osnove. Težišna duž se poklapa sa visinom za jednakostranični trougao, te trećina iznosi: $x = \frac{h_\Delta}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6} = 5$. Visina je: $H = \sqrt{h^2 - x^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$, a površina i zapremina:
$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + \frac{3ah}{2} = 75\sqrt{3} + 195\sqrt{3} = 270\sqrt{3}$$
$$V = \frac{1}{3}\frac{a^2\sqrt{3}}{4}H = \frac{1}{12}\cdot 300\sqrt{3}\cdot 12 = 300\sqrt{3}$$
3) Prvo ćemo izračunati osnovnu ivicu a, pomoću Pitagorine teoreme (pravougli trougao sa visinama piramide i bočne strane): $a/2 = \sqrt{h^2 - H^2} = \sqrt{15^2 - \left(10\sqrt{2}\right)^2} = 5 \Rightarrow a = 10$.

Površina i zapremina će biti:

$$P = a^2 + 2ah = 100 + 300 = 400$$

$$V = \frac{1}{3}a^2 H = \frac{1}{3} \cdot 100 \cdot 10\sqrt{2} = 1000\sqrt{2}/3$$

4) Prvo ćemo izračunati trećinu težišne duži *x*, pomoću Pitagorine teoreme iz pravouglog trougla sa visinama piramide i bočne strane, da bi preko nje našli i osnovnu ivicu: $x = \sqrt{h^2 - H^2} = \sqrt{15^2 - \left(10\sqrt{2}\right)^2} = 5 \Rightarrow a = \frac{6x}{\sqrt{3}} = 2x\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$. Površina i zapremina :

$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + \frac{3ah}{2} = 75\sqrt{3} + 225\sqrt{3} = 300\sqrt{3}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} H = \frac{1}{12} \cdot 300\sqrt{3} \cdot 10\sqrt{2} = 250\sqrt{6}$$

5) Ako je prečnik *R*=*H*=10, poluprečnik je *r*=5, a izvodnica: $s = \sqrt{r^2 + H^2} = 5\sqrt{5}$. Površina i zapremina kupe su:

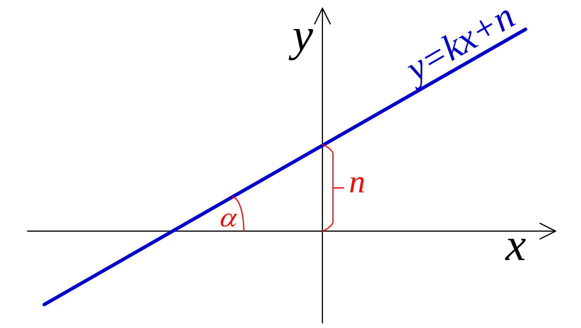
$$P = r^2\pi + sr\pi = 25\pi + 25\pi\sqrt{5} = 25\pi\left(1 + \sqrt{5}\right); \quad V = \frac{1}{3}r^2\pi \cdot H = 250\pi/3$$

6) Površina osnove jednaka je polovini površine omotača: $B = r^2\pi = \frac{1}{2}M = \frac{1}{2}sr\pi$, pa je $s = 2r = 12$. Visina kupe se dobija iz Pitagorine teoreme: $H = \sqrt{s^2 - r^2} = 6\sqrt{3}$.

Površina i zapremina kupe su: $P = r^2\pi + sr\pi = 108\pi$; $V = \frac{1}{3}r^2\pi \cdot H = 72\pi\sqrt{3}$

2.9 JEDNAČINA PRAVE

Rekapitulacija: osnovni pojmovi i formule



Jednačina prave: $y=kx+n$ eksplicitni oblik: $Ax+By+C=0$	
$k=\text{tg }\alpha$	koeficijent pravca prave
$k_1=k_2$	paralelne prave, $p_1 \parallel p_2$
$k_1=-\dfrac{1}{k_2}$	normalne prave, $p_1 \perp p_2$
$tg\varphi=\left\|\dfrac{k_1-k_2}{1-k_1k_2}\right\|$	ugao između dve prave

➢ <u>Zadaci</u>

1) Odrediti jednačinu prave koja prolazi kroz tačku $A(2,-1)$ i sa pozitivnim smerom x-ose zaklapa ugao $\alpha=135°$

2) Odrediti jednačinu prave koja prolazi kroz tačku $A(-2,1)$ i paralelna je pravoj $y=2x+4$

3) Odrediti jednačinu prave koja prolazi kroz tačku $A(1,-2)$ i normalna je na pravu $2x+3y-1=0$

4) Odrediti jednačinu prave koja prolazi kroz tačku $A(-1,2)$ i sa pravom $y=3x+1$ zaklapa ugao $\varphi=45°$

5) Naći proizvod koordinata presečne tačke pravih $3x-2y-1=0$ i $5x-4y+3=0$.

Rešenja:

1) Prava koja sa pozitivnim smerom *x*-ose zaklapa ugao α ima koeficijent pravca $k=tg\alpha=tg135°=-1$. Ako se koordinate tačke A i taj koeficijent unesu u jednačinu prave, dobija se odsečak na *y*-osi: $-1=-1\cdot 2+n \Rightarrow n=1$, te jednačina tražene prave glasi: $y=-x+1$.

2) Prava $y=2x+4$ ima koeficijent pravca *k*=2, pa će to biti i koeficijent pravca tražene paralelne prave. Unoseći sve podatke u jednačinu prave, dobija se odsečak na *y*-osi: $1=-2\cdot 2+n \Rightarrow n=5$, te je tražena prava: $y=2x+5$.

3) Prava $2x+3y-1=0$ ima koeficijent pravca $k_1=-2/3$ (napisati je u implicitnom obliku), pa će tražena normalna prava imati koeficijent $k=-1/k_1=3/2$. Unoseći sve podatke u jednačinu prave, dobija se odsečak na y-osi: $-2=1\cdot 2/3+n \Rightarrow n=-8/3$, te je tražena prava: $2x-3y-8=0$.

4) Prava $y=3x+1$ ima koeficijent pravca k_1=3. Postoje dve prave koje se sa njom seku pod zadatim uglom, svaka sa po jedne strane. Iz formule za ugao između dve prave mogu da se dobiju koeficijenti pravca traženih pravih:

$tg 45° = 1 = \left|\dfrac{3-k_2}{1+3k_2}\right|$, što ima dva rešenja:

$$\frac{3-k_2}{1+3k_2}=1 \vee \frac{3-k_2}{1+3k_2}=-1 \Leftrightarrow k_2=\frac{1}{2} \vee k_2=-2$$

Ubacujući sve podatke u jednačinu prave, računaju se i odsečci n za svaku pravu, te su njihove jednačine: $\underline{x-2y+5=0}$; $(n=5/2)$, ili $\underline{2x-y=0}$; $(n=0)$.

5) Presečna tačka zadovoljava jednačine obeju pravih i dobija se rešavanjem sistema koji čine jednačine tih pravih. Jedan od načina rešavanja sistema je izraziti nepoznatu iz jedne jednačine i ubaciti je u drugu: Iz prve: $3x-2y-1=0 \Rightarrow 2y=3x-1$, ubacivanjem u drugu: $5x-4y+3=0$; $5x-2(3x-1)=-3 \Leftrightarrow -x=-5 \Rightarrow \underline{x=5}$. Kada se zna jedna koordinata lako se dobije druga: $y=7$, te im je proizvod: $xy=35$.

3. TEST OPŠTE INFORMISANOSTI I INFORMATIČKE PISMENOSTI

Drage buduće kolege,

U nastavku se nalazi 180 pitanja iz različitih oblasti života koja se odnose na vašu opštu informisanost i informatičku pismenost. Na prijemnom ispitu će se polagati test koji sadrži 30 pitanja, od kojih svako ima tri ponuđena odgovora. Na svako pitanje postoji samo jedan tačan odgovor. Pitanja koja ćete dobiti biće iz ovog priručnika, ali će redosled odgovora biti drugačiji. Pri polaganju Testa potrebno je da za svako dato pitanje zaokružite samo jedan od ponuđenih odgovora koji smatrate tačnim. Zaokruživanje više od jednog odgovora, precrtavanje odgovora i slično, neće biti prihvaćeno kao odgovor na postavljeno pitanje.

Na Testu se može osvojiti maksimalno 60 poena.

Želimo vam mnogo sreće!

3.1 PITANJA I ODGOVORI

1. Princip radio prenosa patentirao je:
   a) Ruđer Bošković
   b) Mihajlo Pupin
   c) **Nikola Tesla**
2. Origami je:
   a) vrsta japanske pesme
   b) kuhinjski začin
   c) **japanska veština kreiranja modela od papira**
3. Drugi naziv za Istočno rimsko carstvo je:
   a) Trakija
   b) **Vizantija**
   c) Ilirija
4. Opšta teorija relativnosti je delo:
   a) Isaka Njutna
   b) **Alberta Ajnštajna**
   c) Marije Kiri
5. Jedan inč preračunat u cm iznosi:
   a) 1cm
   b) 10 cm
   c) **2,54 cm**
6. Jedna pesma na platformi YouTube je 2014. godine premašila maksimalan broj pregleda koji je u tom trenutku bilo moguće izbrojati. Zbog ove pesme je YouTube morao da koriguje platformu i postavi novu, veću vrednost maksimalnog broja pregleda. O kojoj pesmi je reč?
   a) **PSY – Gangnam style**
   b) Ariana Grande – Into you
   c) Ed Sheeran – Shape of you
7. Oznaka *www* je skraćenica za:
   a) **World Wide Web**
   b) Wireless Wide Web
   c) WiFi Wide Web
8. Reč *samsung* na korejskom jeziku znači:
   a) **tri zvezde**
   b) dobar glas
   c) bolji život
9. Bindžovanje je:
   a) vrsta vradžbine
   b) brutalno kažnjavanje neistomišljenika
   c) **gledanje više epizoda iste serije zaredom**
10. Avatar je:
    a) **virtuelni identitet korisnika u digitalnom okruženju**
    b) pilot Konkorda
    c) mađarska salata

11. Broj koji povezuje svetska čuda starog sveta i smrtne grehove je broj:
    a) **sedam**
    b) osam
    c) devet
12. Koji broj povezuje kosovske junake braću Jugoviće, starogrčke muze i Danteove krugove pakla?
    a) pet
    b) sedam
    c) **devet**
13. Koliko aditiva ima cigareta?
    a) **oko 600**
    b) oko 20
    c) oko 5000
14. Koja je *najlajkovanija* slika na Instagramu?
    a) Selena Gomez sa drugaricama
    b) **Lionel Mesi sa osvojenim trofejom na SP u Kataru**
    c) poslednja objava Kobija Brajanta
15. Osnovne boje su:
    a) **crvena, plava i žuta**
    b) zelena, crvena i plava
    c) plava, bela i crvena
16. Atom je:
    a) pozitivno naelektrisan
    b) negativno naelektrisan
    c) **neutralnog naelektrisanja**
17. Šta povezuje animirani film *Mala sirena*, prašak za veš i vrstu fonta (slova)?
    a) **Ariel**
    b) Verdana
    c) Persil
18. Veliki morski talas razorne moći, obično nastao kao posledica zemljotresa, naziva se:
    a) monsun
    b) tajfun
    c) **cunami**
19. Jedini srpski književnik dobitnik Nobelove nagrade za književnost je:
    a) **Ivo Andrić**
    b) Danilo Kiš
    c) Desanka Maksimović
20. Noje je, po biblijskom predanju, sagradio barku da bi spasao živi svet od:
    a) **potopa**
    b) požara
    c) zemljotresa
21. U staroslovenskoj mitologiji vrhovni bog neba i groma je:
    a) Sveti Ilija
    b) **Perun**
    c) Tor

22. Kosmička rastojanja se najčešće izražavaju jedinicom:
    a) **svetlosna godina**
    b) brzina svetlosti
    c) gravitaciono ubrzanje
23. Koja sportska disciplina je nazvana po legendi o Filipidesu, grčkom vojniku koji je pretrčao rastojanje od istoimenog grada do Atine (42.195 m) da javi da su Persijanci poraženi?
    a) sprint
    b) štafeta
    c) **maraton**
24. Zvanični jezik u Brazilu je:
    a) engleski
    b) španski
    c) **portugalski**
25. Najmanji grafički element slike zove se:
    a) cluster
    b) **pixel**
    c) dot
26. Sposobnost povraćaja i čitanja izbrisanih ili oštećenih fajlova spada u:
    a) simulaciju
    b) animaciju
    c) **kompjutersku forenziku**
27. Freska *Beli anđeo* nalazi se u manastiru:
    a) Studenica
    b) **Mileševa**
    c) Krušedol
28. Roman *Seobe* napisao je:
    a) Meša Selimović
    b) **Miloš Crnjanski**
    c) Dobrica Ćosić
29. Tvorac štamparske mašine je:
    a) Gustav Klimt
    b) Vuk Karadžić
    c) **Johan Gutenberg**
30. Kako se zove govorna ili vizuelna informacija o pojavama, događajima ili društvenim aktivnostima koja je zanimljiva većem broju zainteresovanih primalaca, a prenosi se putem medijskih kanala (televizija, štampani mediji, internet…)?
    a) saopštenje
    b) poruka
    c) **vest**
31. Rezultat obrade podataka se iskazuje kroz:
    a) pojam
    b) **informaciju**
    c) ideju

32. Globalni elektronski komunikacioni sistem sačinjen od velikog broja međusobno povezanih računarskih mreža i uređaja, koji razmenjuju podatke koristeći zajednički skup komunikacionih protokola, naziva se:
    a) računar
    b) mreža
    c) **internet**
33. Izumitelj telegrafa je:
    a) **Semjuel Morze**
    b) Aleksander Grejem Bel
    c) Nikola Tesla
34. Oznaka *bps*, kojom se meri brzina prenetih podataka, predstavlja:
    a) **bit u sekundi**
    b) bajt u sekundi
    c) boks u sekundi
35. Osnovna jedinica za merenje jačine električne struje ima oznaku:
    a) K
    b) W
    c) **A**
36. Elektronsko poslovanje i elektronska trgovina stoje u sledećem odnosu:
    a) **elektronsko poslovanje je širi pojam od elektronske trgovine**
    b) elektronska trgovina je širi pojam od elektronskog poslovanja
    c) elektronsko poslovanje je isto što i elektronska trgovina
37. Pojam koji podrazumeva suštinska pitanja vrednosti čoveka i njegovog društva kao što su: zdravlje, dostojanstvo, život, čast, jednakost i sloboda, naziva se:
    a) **moral**
    b) običaj
    c) zakon
38. Muziku za himnu Republike Srbije *Bože pravde* napisao je:
    a) Stevan Mokranjac
    b) **Davorin Jenko**
    c) Stanislav Binički
39. Ustav Republike Srbije donosi:
    a) **Narodna skupština**
    b) predsednik
    c) ministar pravde
40. Oblik političkog poretka sa jednim vladarom koji vlada u opštem interesu naziva se:
    a) tiranija
    b) **monarhija**
    c) oligarhija
41. EPS je skraćenica za:
    a) Energetska postrojenja Srbije
    b) **Elektroprivredu Srbije**
    c) Ekološki pokret Srbije
42. Rimski broj L ima vrednost:
    a) 100
    b) 1000

c) **50**

43. Neformalni govor jedne društvene grupe, često nerazumljiv za ostale, naziva se:
    a) toponim
    b) sinonim
    c) **žargon**
44. Dijamant ima hemijsku oznaku:
    a) Au
    b) **C**
    c) Cr
45. PDV predstavlja skraćenicu za:
    a) **porez na dodatu vrednost**
    b) plaćanje državne vrednosti
    c) procenat društvene vrednosti
46. Porast opšteg nivoa cena naziva se:
    a) **inflacija**
    b) deflacija
    c) devalvacija
47. Registarska oznaka za Mađarsku je:
    a) M
    b) **H**
    c) RM
48. G8 je oznaka za:
    a) političku partiju
    b) osam masonskih loža
    c) **skup osam najrazvijenijih država sveta**
49. Konsenzus znači:
    a) rasprava
    b) predlog
    c) **jednoglasno usvojena odluka**
50. UNICEF je naziv za:
    a) **Međunarodni fond za decu i omladinu**
    b) Međunarodnu organizacija za brigu o spomenicima kulture
    c) Međunarodno udruženje za lekarsku pomoć
51. Mesing je legura:
    a) bakra i aluminijuma
    b) **bakra i cinka**
    c) bakra i kalaja
52. Servis koji omogućava slanje i primanje poruka raznovrsnog sadržaja putem interneta naziva se:
    a) internet pretraživač
    b) **e-mail**
    c) WiFi
53. Elektronska štampana ploča na koju se priključuju procesor, memorijski čipovi i grafička karta u računaru naziva se:
    a) štampač

b) memorijski slot
c) **matična ploča**

54. Merna jedinica koja se koristi za opisivanje brzine rada procesora računara je:
a) bajt (B)
b) bit u sekundi (b/s)
c) **herc (Hz)**

55. Oznaka SSD na memorijskim diskovima računara je skraćenica od engleskih reči:
a) **Solid State Drive**
b) Super State Downstream
c) Slow State Domain

56. Aleksandra i Marko razgovaraju o tome ko ima USB memoriju većeg kapaciteta. Aleksandrin USB je kapaciteta 512 MB (megabajta), dok je Markov USB kapaciteta 1GB (gigabajt). Ko ima USB memoriju većeg kapaciteta?
a) Aleksandra ima USB memoriju većeg kapaciteta
b) **Marko ima USB memoriju većeg kapaciteta**
c) oboje imaju USB memorije istog kapaciteta

57. Valentina ima fotografiju koju želi da postavi kao profilnu na svojoj omiljenoj društvenoj mreži. Nažalost, fotografija je tamna i treba je posvetliti. Koji progam će pokrenuti na svom računaru kako bi obradila fotografiju?
a) Kaspersky antivirus
b) **Adobe Photoshop**
c) Microsoft Word

58. Windows i Linux su vrste:
a) **operativnih sistema**
b) antivirus programa
c) tekstualnih editora

59. Kada se u operativnom sistemu Windows promeni tastatura sa podrazumevanog engleskog rasporeda tastera na podrazumevani srpski latinični raspored tastera, pritiskanjem tastera Y na monitoru će se ispisivati slovo:
a) **Z**
b) Y
c) @

60. Koja reč povezuje *Figarovu ženidbu*, *Karmen* i *Madam Baterflaj* sa jednim poznatim veb-pregledačem (eng. *web browser*)?
a) Italija
b) Mocart
c) **Opera**

61. Kada se broj 10 pomnoži 100 puta samim sobom dobija se broj koji se naziva:
a) **gugl**
b) milion
c) kvadrilion

62. Kada se korisniku koji koristi operativni sistem Windows u toku rada pojavi plavi ekran smrti (eng. *Blue screen of death*):
a) korisnik nema razloga za brigu jer je to normalno u radu sa operativnim sistemom Windows

b) **korisnik ima razloga za brigu jer na ovaj način operativni sistem Windows ukazuje korisniku da je došlo do greške u radu. Računar tada treba odneti u servis ako restartovanje računara ne reši problem**
c) korisnik treba da baci računar i kupi novi jer je isteklo optimalno vreme upotrebe računara

63. Koja reč povezuje kišu, vetar, sneg i Google Suite aplikacije?
a) linija
b) zemlja
c) **oblak**

64. Abakus je:
a) **vrsta računaljke**
b) alat za obrađivanje zemlje
c) muzički instrument

65. Violina ima:
a) tri žice
b) **četiri žice**
c) šest žica

66. Početnu veb-stranicu, studentsku knjižicu i pesmu *Bacila je sve niz rijeku* povezuje jedan zajednički pojam:
a) muzika
b) ocena
c) **indeks**

67. Pobednik SP u fudbalu 2022. godine bila je reprezentacija:
a) **Argentine**
b) Francuske
c) Maroko

68. Najviše korišćen haštag na društvenoj mreži Instagram 2019. godine je bio:
a) #happy
b) #smile
c) **#love**

69. Predsednik Sjedinjenih Američkih Država Donald Tramp je 2019. godine potpisao ukaz kojim je američkim kompanijama zabranjeno da trguju i sarađuju sa određenim kineskim kompanijama. Ova odluka je u velikoj meri pogodila jednog velikog proizvođača telekomunikacione opreme. O kojoj kompaniji je reč?
a) Samsung
b) Apple
c) **Huawei**

70. Repozitorijum aplikacija koji je napravila kompanija Huawei i koji je pandan Play Store repozitorijumu firme Google zove se:
a) HuaweiStore
b) HuaweiApp
c) **AppGallery**

71. AliExpress je:
a) **poznata onlajn prodavnica**
b) društvena mreža
c) marka mobilnih telefona

72. Konstrakta, srpski predstavnik na izboru za pesmu Evrovizije 2022. u Torinu, zauzela je u konačnom plasmanu koje mesto:
    a) **peto**
    b) prvo
    c) šesnaesto
73. Trenutna vrednost srpskog dinara u odnosu na evro iznosi:
    a) **približno 120 dinara za 1 evro**
    b) približno 80 dinara za 1 evro
    c) približno 10 dinara za 1 evro
74. Pandemija virusa COVID-19 počela je 2019. godine u:
    a) SAD
    b) Srbiji
    c) **Kini**
75. „Zemlja izlazećeg sunca“ popularan je naziv za:
    a) SAD
    b) Island
    c) **Japan**
76. Prva knjiga koju je Johan Gutenberg štampao na štamparskoj mašini 1455. godine bila je:
    a) **Biblija**
    b) zbornik crkvenih pesama
    c) njegova biografija
77. „Zemlja hiljadu jezera“ je popularan naziv za:
    a) Švedsku
    b) Norvešku
    c) **Finsku**
78. Japanski piloti samoubice su:
    a) **kamikaze**
    b) nindže
    c) samuraji
79. Crveni trg je znamenitost:
    a) Rima
    b) Barselone
    c) **Moskve**
80. Roman *Oliver Tvist* napisao je:
    a) Mark Tven
    b) **Čarls Dikens**
    c) Danijel Defo
81. Koji od ovih instrumenata nije duvački?
    a) flauta
    b) **ksilofon**
    c) trombon
82. Ag je hemijski simbol:
    a) zlata
    b) **srebra**
    c) olova

83. *Gernika* je remek-delo slikara:
    a) Vinsenta van Goga
    b) **Pabla Pikasa**
    c) Salvadora Dalija
84. Ajkula, Park iz doba jure, Vanzemaljac, Šindlerova lista, Spasavanje redova Rajana i Uhvati me ako možeš su filmovi:
    a) Kventina Tarantina
    b) **Stivena Spilberga**
    c) Frensisa Forda Kopole
85. Pobednik, bronzana skulptura na Kalemegdanskoj tvrđavi i simbol Beograda, delo je vajara:
    a) Tome Rosandića
    b) Kolje Milunovića
    c) **Ivana Meštrovića**
86. Ženina sestra i kukasti krst imaju isti naziv. Koji?
    a) jetrva
    b) zaova
    c) **svastika**
87. *Mademoiselle*, *Coco*, *No. 5* i *Chance* su parfemi modne kuće:
    a) **Chanel**
    b) Dior
    c) Lancôme
88. *Astra*, *Corsa* i *Insignia* su modeli proizvođača automobila:
    a) Reno
    b) **Opel**
    c) Tojota
89. Tavanicu Sikstinske kapele u Vatikanu oslikao je:
    a) Leonardo da Vinči
    b) Ticijan
    c) **Mikelanđelo Buonaroti**
90. Roman *Rat i mir* delo je ruskog pisca:
    a) Dostojevskog
    b) Šolohova
    c) **Tolstoja**
91. Mešanjem crvene i plave boje dobija se:
    a) zelena
    b) narandžasta
    c) **ljubičasta**
92. Omiljeno jelo strip junaka mačka Garfilda su:
    a) **lazanje**
    b) palačinke
    c) krofne
93. Detektiv Herkul Poaro je lik iz romana:
    a) Dž. R. R. Tolkina
    b) Artura Konana Dojla
    c) **Agate Kristi**

94. Koja čuvena knjiga za decu počinje rečenicom „Sva deca, osim jednog deteta, rastu”?
    a) Vini Pu
    b) Pinokio
    c) **Petar Pan**
95. Burito, gvakamole, takos, enčilada i kesadilja su:
    a) **meksička jela**
    b) meksički šeširi
    c) meksički kaktusi
96. Medvedev, Tim, Zverev i Cicipas su poznati:
    a) fudbaleri
    b) košarkaši
    c) **teniseri**
97. Koja od navedenih životinja je sisar?
    a) **delfin**
    b) ajkula
    c) sabljarka
98. Jedinica za merenje električne otpornosti je:
    a) amper
    b) **om**
    c) volt
99. Glaukom je bolest:
    a) kičme
    b) **oka**
    c) srca
100. Koliko ima krugova na Olimpijskoj zastavi?
    a) četiri
    b) **pet**
    c) šest
101. Pacifista je:
    a) stanovnik Pacifika
    b) **protivnik ratovanja**
    c) sebičan čovek
102. Java je:
    a) operativni sistem
    b) **programski jezik**
    c) veb-pregledač
103. Beloglavi sup, retka vrsta orla lešinara, gnezdi se u rezervatu prirode:
    a) Obedska bara
    b) **Uvac**
    c) Deliblatska peščara
104. Šta od navedenog nije hardverska komponenta?
    a) monitor
    b) RAM
    c) **operativni sistem**

105. Koje dve operacije se koriste za prebacivanje teksta sa jednog na drugo mesto (u operativnom sistemu Windows)?
   a) Copy, Paste
   b) **Cut, Paste**
   c) Delete, Paste
106. Koje dve operacije se koriste za kopiranje teksta sa jednog na drugo mesto (u operativnom sistemu Windows)?
   a) **Copy, Paste**
   b) Cut, Paste
   c) Copy, Delete
107. Koja aplikacija se koristi za analizu podataka?
   a) MS PowerPoint
   b) Twitter
   c) **MS Excel**
108. Koja od navedenih ekstenzija datoteka se odnosi na slike?
   a) .exe
   b) **.png**
   c) .docx
109. Šta je trojanac?
   a) greška u programu
   b) **zlonamerni računarski program**
   c) vrsta veb-sajtova
110. Koji taster/tastere treba držati kako bi se odjednom izabrale datoteke koje nisu prikazane jedna za drugom?
   a) Ctrl+A
   b) **Ctrl**
   c) Shift
111. Šta od navedenog ne spada u zlonamerne računarske programe?
   a) trojanac
   b) računarski virus
   c) **Python**
112. Koja od navedenih je ekstenzija audio datoteka:
   a) MPEG
   b) **MP3**
   c) PPT
113. Na šta se odnosi HTML?
   a) program za gledanje slika
   b) internet pretraživač
   c) **programski jezik za rad sa veb-stranicama**
114. Šta od navedenog ne predstavlja operativni sistem?
   a) Android
   b) Windows
   c) **Chrome**
115. Google Drive predstavlja:
   a) veb-pregledač
   b) autonomno vozilo

c) **onlajn servis za skladištenje podataka**

116. Na šta se odnosi reč *viralno*?
   a) na širenje računarskih virusa
   b) **na širenje objave preko društvenih mreža**
   c) na slanje imejlova
117. Značenje akronima WAN je:
   a) **Wide Area Network**
   b) Whole Address Names
   c) Wrong Address Network
118. Skraćenica PDF se odnosi na:
   a) odštampani dokument
   b) **prenosivi format dokumenta**
   c) format video datoteke
119. Skraćenica WiFi se odnosi na:
   a) muzičku liniju
   b) visokokvalitetne računarske komponente
   c) **bežičnu računarsku mrežu**
120. Osnovna gradivna komponenta čipova u računarima je:
   a) hrom
   b) brom-oksid
   c) **silicijum**
121. Nauka koja proučava kako računari mogu da postignu isto što i ljudska inteligencija je:
   a) neurologija
   b) forenzika
   c) **veštačka inteligencija**
122. Kada se obriše prečica (eng. *shortcut*) nekog direktorijuma tada se:
   a) briše i originalni direktorijum
   b) originalni direktorijum premešta u kantu za brisanje
   c) **briše samo prečica, a originalni direktorijum ostaje neizmenjen**
123. Greška u radu računara se često naziva:
   a) bit
   b) bajt
   c) **bag**
124. Šta od navedenog omogućava komunikaciju s najvećim protokom podataka (npr. internet)?
   a) **optička vlakna**
   b) mikrotalasi
   c) radio-talasi
125. Za aktiviranje numeričkog dela tastature potrebno je pritisnuti taster:
   a) Caps lock
   b) Alt
   c) **Num lock**
126. Šta od navedenog ne predstavlja softver?
   a) **modem**

b) MS Excel
c) Windows

127. Times New Roman je primer:
a) **vrste fonta (slova)**
b) tekstualnog dokumenta
c) radne površine u aplikaciji MS Word

128. Firefox, Chrome, Edge i Safari su:
a) **veb-pregledači (eng. *web browsers*)**
b) veb-pretraživači (eng. *search engines*)
c) zlonamerni programi

129. Međunarodni telefonski pozivni broj za Srbiju je:
a) +371
b) **+381**
c) ++31

130. Oznaka nacionalnog domena Srbije na internetu je:
a) .sr
b) **.rs**
c) .srb

131. Auto-oznaka koja počinje sa ST sugeriše da je vozilo registrovano u:
a) Smederevskoj Palanci
b) **Staroj Pazovi**
c) Slankamenu

132. Samuraji su:
a) kineski slikari
b) **japanski vojnici**
c) korejske višegodišnje biljke

133. Poslednju Napoleonovu bitku, pesmu grupe ABBA i glavnu železničku stanicu u Londonu povezuje:
a) **Vaterlo**
b) Fernando
c) Marengo

134. Kleopatra je bila:
a) grčka boginja lepote
b) muza zaštitnica istorije
c) **egipatska kraljica**

135. Koji veliki događaj je obeležio prelazak iz praistorije u istoriju?
a) podela Rimskog carstva na Istočno i Zapadno
b) **pronalazak pisma**
c) uvođenje novca

136. Roman *Hobit* je napisao/napisala:
a) Dž. R. R. Martin
b) **Dž. R. R.Tolkin**
c) Dž. K. Rouling

137. Luka Dončić igra za košarkašku reprezentaciju:
a) **Slovenije**

b) Srbije
c) Crne Gore

138. „Ipak se okreće” rekao je:
a) **Galileo Galilej**
b) Stiven Hoking
c) Arhimed

139. U kom veku je bila francuska buržoaska revolucija?
a) sedamnaestom
b) **osamnaestom**
c) devetnaestom

140. Planeta najbliža Suncu je:
a) Mars
b) Neptun
c) **Merkur**

141. Prva klonirana životinja bila je:
a) **ovca Doli**
b) miš Amos
c) pas Lajka

142. Najmanja ptica na svetu je:
a) dodo
b) **kolibri**
c) senica

143. Najtvrđi mineral je:
a) kvarc
b) **dijamant**
c) ametist

144. Rihterova skala meri:
a) brzinu vetra
b) atmosferski pritisak
c) **jačinu zemljotresa**

145. Pobednica Pesme Evrovizije 2007. godine je:
a) Bojana Stamenov
b) **Marija Šerifović**
c) Nevena Božović

146. Pak se koristi u:
a) **hokeju**
b) kriketu
c) golfu

147. Teniski turnir koji se igra na travi je:
a) US Open
b) Rolan Garos
c) **Vimbldon**

148. Koliko kiseonika se nalazi u vazduhu?
a) 10%
b) **21%**

c) 62%

149. Ko ima najviše prijavljenih (eng. *subscribers)* na veb-sajtu YouTube?
 a) **PewDiePie**
 b) Ariana Grande
 c) Džastin Biber

150. Ko je bio vođa Prvog srpskog ustanka?
 a) Aleksandar Obrenović
 b) **Karađorđe Petrović**
 c) Miloš Obrenović

151. Sliku *Kićenje neveste* naslikao je:
 a) Sava Šumanović
 b) **Paja Jovanović**
 c) Uroš Predić

152. Posledica efekta staklene bašte je:
 a) **globalno zagrevanje**
 b) globalno hlađenje
 c) globalno povećanje vlažnosti

153. Padavina koja u svom sastavu ima povećanu količinu sumpornih i azotnih oksida i razarajuće posledice po živi i neživi svet je:
 a) crni sneg
 b) **kisela kiša**
 c) crvena kiša

154. Starorimski naziv za Zemun je bio:
 a) Sirmium
 b) **Taurunum**
 c) Singidunum

155. Oznaka FTP je skraćenica za:
 a) **File Transfer Protocol**
 b) File Traffic Protocol
 c) File Transport Protocol

156. Binarni sistem se bazira na:
 a) procesoru
 b) Android OS
 c) **ciframa 1 i 0**

157. Jedan bajt ima:
 a) 2 bita
 b) 4 bita
 c) **8 bitova**

158. Osnova binarnog sistema je:
 a) bajt
 b) 1 i 0
 c) **2**

159. Memorija iz koje se sadržaj može samo čitati je:
 a) RAM
 b) **ROM**

c) RICH

160. 1024 kB (kilobajta) je:

a) **1 MB**
b) 1 GB
c) 1 TB

161. Računarska mreža unutar jedne kompanije sa istim komunikacionim protokolom nosi naziv:

a) Internet
b) **intranet**
c) extranet

162. Koja kombinacija tastera na tastaturi omogućava selektovanje celokupnog teksta?

a) **Ctrl+A**
b) Ctrl+L
c) Alt+A

163. Kada se u žargonu kaže da je fajl *zipovan* misli se da je on:

a) **komprimovan**
b) fragmentiran
c) izbrisan

164. Imejl koji korisnik nije poslao biće smešten u:

a) **Draft**
b) Outbox
c) Sent mail

165. Prilikom slanja elektronske pošte opcija *Reply to All* znači da će se:

a) **generisati odgovor koji se šalje svim kontaktima koji su označeni kao primaoci poruke**
b) generisati odgovor koji se šalje svim kontaktima iz liste kontakata
c) generisati odgovor koji se šalje pošiljaocu poruke

166. Zaokruži primer imejl-adrese:

a) www.google.com
b) ict.gmail.com
c) **ict@yahoo.com**

167. Prilikom slanja imejl poruke, adrese kontakata koji treba da budu upoznati sa porukom, a da ih ostali učesnici u komunikaciji ne vide, treba staviti u polje:

a) Send to
b) **Bcc**
c) Cc

168. Memorija koja ima najveći kapacitet od navedenih je:

a) CD-ROM
b) DVD-ROM
c) **HDD**

169. Skup računara koji su povezani u jednu računarsku mrežu na relativno malom prostoru, kao što su kancelarija, više kancelarija ili zgrada, naziva se:

a) **LAN**
b) WAN
c) MAN

170. Izbaci uljeza:

a) AliExpress
b) Amazon
c) **Twitter**

171. Izbaci uljeza:
a) Instagram
b) **eBay**
c) WhatsApp

172. Jedna milja je približno:
a) **1,6 km**
b) 0,5 km
c) 0,9 km

173. Marko je stao na vagu da se izmeri. Kazaljka pokazuje 80kg. To je njegova:
a) težina
b) **masa**
c) sila

174. Sava Stojkov je srpski:
a) arhitekta
b) pesnik
c) **slikar**

175. Najmnogoljudniji grad na svetu je:
a) Meksiko Siti
b) Sao Paulo
c) **Tokio**

176. 1 ha (hektar) je:
a) $100m^2$
b) $1000m^2$
c) **$10000m^2$**

177. Najmanja država na svetu je:
a) **Vatikan**
b) Lihtenštajn
c) Monako

178. Glavni grad Australije je:
a) **Kanbera**
b) Brizbejn
c) Sidnej

179. Vrsta multimedijalnog sadržaja, odnosno tehnologije u kojoj korisnik može istovremeno primati podatke i reprodukovati ih zove se:
a) **Streaming**
b) Spotifying
c) Netflixing

180. Izbaci uljeza:
a) influenser
b) bloger
c) **PHP programer**