Rešenja zadataka sa prijemnog ispita održanog 07.07.2014. i 08.07.2014. godine

1. zadatak

---

1) $\frac{1}{x^2-3x}+\frac{2}{3-x}+\frac{2}{x}=\frac{1}{x(x-3)}-\frac{2}{x-3}\cdot\frac{x}{x}+\frac{2(x-3)}{x(x-3)}=\frac{1-2x+2x-6}{x(x-3)}=\boxed{\frac{-5}{x(x-3)}}$

---

2) $\frac{5}{x^2-3x}+\frac{3}{3-x}+\frac{3}{x}=\frac{5}{x(x-3)}-\frac{3}{x-3}\cdot\frac{x}{x}+\frac{3(x-3)}{x(x-3)}=\frac{5-3x+3x-9}{x(x-3)}=\boxed{\frac{-4}{x(x-3)}}$

---

3) $\frac{1}{x^2-2x}+\frac{2}{2-x}+\frac{2}{x}=\frac{1}{x(x-2)}-\frac{2}{x-2}\cdot\frac{x}{x}+\frac{2(x-2)}{x(x-2)}=\frac{1-2x+2x-4}{x(x-2)}=\boxed{\frac{-3}{x(x-2)}}$

---

4) $\frac{3}{x^2-2x}+\frac{4}{2-x}+\frac{4}{x}=\frac{3}{x(x-2)}-\frac{4}{x-2}\cdot\frac{x}{x}+\frac{4(x-2)}{x(x-2)}=\frac{3-4x+4x-8}{x(x-2)}=\boxed{\frac{-5}{x(x-2)}}$

---

2. zadatak

1) $\frac{1}{27}3^{3x+1}=\left(\sqrt{3}\right)^{5x-7}$

$\frac{1}{27}3^{3x+1}=\left(\sqrt{3}\right)^{5x-7}$; $3^{-3}\cdot 3^{3x+1}=\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{5x-7}$; $3^{3x+1-3}=3^{\frac{1}{2}\cdot(5x-7)}$;

$3x-2=\frac{5}{2}x-\frac{7}{2}$; $\frac{1}{2}x=-\frac{3}{2}$ $\boxed{x=-3}$

Rešenje pripada intervalu $\left(-5;\frac{-3}{2}\right)$

---

2) $\frac{1}{9}3^{4x+1}=\left(\sqrt{3}\right)^{2x-5}$

$\frac{1}{9}3^{4x+1}=\left(\sqrt{3}\right)^{2x-5}$; $3^{-2}\cdot 3^{4x+1}=\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{2x-5}$; $3^{4x+1-2}=3^{\frac{1}{2}\cdot(2x-5)}$;

$4x-1=\frac{2}{2}x-\frac{5}{2}$; $3x=-\frac{3}{2}$ $\boxed{x=-\frac{1}{2}}$

Rešenje pripada intervalu $\left(-1,\frac{1}{3}\right)$

---

3) $\frac{1}{125}5^{5x+1}=\left(\sqrt{5}\right)^{3x-10}$

$\frac{1}{125}5^{5x+1}=\left(\sqrt{5}\right)^{3x-10}$; $5^{-3}\cdot 5^{5x+1}=\left(5^{\frac{1}{2}}\right)^{3x-10}$; $5^{5x+1-3}=5^{\frac{1}{2}\cdot(3x-10)}$;

$5x-2=\frac{3}{2}x-\frac{10}{2}$; $\frac{7}{2}x=-3$ $\boxed{x=-\frac{6}{7}}$

Rešenje pripada intervalu $\left(-2;\frac{1}{5}\right)$

---

4) $\frac{1}{25}5^{3x+1}=\left(\sqrt{5}\right)^{10x-9}$

$\frac{1}{25}5^{3x+1}=\left(\sqrt{5}\right)^{10x-9}$; $5^{-2}\cdot 5^{3x+1}=\left(5^{\frac{1}{2}}\right)^{10x-9}$; $5^{3x+1-2}=5^{\frac{1}{2}\cdot(10x-9)}$;

$3x-1=5x-\frac{9}{2}$; $-2x=-\frac{9}{2}+1;\quad -2x=-\frac{7}{2}$ $\boxed{x=\frac{7}{4}}$

Rešenje pripada intervalu $\left(0,\frac{9}{2}\right)$

3. zadatak

Proizvod realnih rešenja jednačine iznosi:

1) $x^4-5x^2+6=0$ $\quad t=x^2$ $\quad t^2-5t+6=0$

$t_1=3 \quad ; \quad t_2=2$

$x^2=3 \quad ; \quad x^2=2$

$x_1=-\sqrt{3} \quad ; x_2=\sqrt{3} \quad ; \quad x_3=-\sqrt{2} \quad ; \quad x_4=\sqrt{2}$

Ima četiri realna rešenja.

Zbir kvadrata realnih rešenja je: $x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2=3+3+2+2=\boxed{10}$

---

2) $x^4-7x^2+12=0$ $\quad t=x^2$ $\quad t^2-7t+12=0$

$t_1=3 \quad ; \quad t_2=4$

$x^2=3 \quad ; \quad x^2=4$

$x_1=-\sqrt{3} \quad ; x_2=\sqrt{3} \quad ; \quad x_3=-2 \quad ; \quad x_4=2$

Ima četiri realna rešenja.

Zbir kvadrata realnih rešenja je: $x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2=3+3+4+4=\boxed{14}$

---

3) $x^4-4x^2+3=0$ $\quad t=x^2$ $\quad t^2-4t+3=0$

$t_1=1 \quad ; \quad t_2=3$

$x^2=1 \quad ; \quad x^2=3$

$x_1=-1 \quad ; x_2=1 \quad ; \quad x_3=-\sqrt{3} \quad ; \quad x_4=\sqrt{3}$

Ima četiri realna rešenja.

Zbir kvadrata realnih rešenja je: $x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2=1+1+3+3=\boxed{8}$

---

4) $x^4-6x^2+5=0$ $\quad t=x^2$ $\quad t^2-6t+5=0$

$t_1=1 \quad ; \quad t_2=5$

$x^2=1 \quad ; \quad x^2=5$

$x_1=-1 \quad ; x_2=1 \quad ; \quad x_3=-\sqrt{5} \quad ; \quad x_4=\sqrt{5}$

Ima četiri realna rešenja.

Zbir kvadrata realnih rešenja je: $x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2=1+1+5+5=\boxed{12}$

4. zadatak

Proizvod rešenja jednačine je:

1) $\left(\log_3 x\right)^2 + 2\log_3 x - 8 = 0$

$\left(\log_3 x\right)^2 + 2\log_3 x - 8 = 0$; *smena* $t = \log_3 x$

$t^2 + 2t - 8 = 0$

$t_1 = -4$; $t_1 = 2$

$\log_3 x = -4$; $\log_3 x = 2$

$x_1 = 3^{-4} \quad \vee \quad x_2 = 3^2$ Proizvod rešenja jednačine je: $x_1 \cdot x_2 = 3^{-4} \cdot 3^2 = 3^{-2} = \frac{1}{9}$

---

2) $\left(\log_2 x\right)^2 + 3\log_2 x - 10 = 0$

$\left(\log_2 x\right)^2 + 3\log_2 x - 10 = 0$; *smena* $t = \log_2 x$

$t^2 + 3t - 10 = 0$

$t_1 = -5$; $t_1 = 2$

$\log_2 x = -5$; $\log_2 x = 2$

$x_1 = 2^{-5} \quad \vee \quad x_2 = 2^2$ Proizvod rešenja jednačine je: $x_1 \cdot x_2 = 2^{-5} \cdot 2^2 = 2^{-3} = \frac{1}{8}$

---

3) $\left(\log_6 x\right)^2 + \log_6 x - 6 = 0$

$\left(\log_6 x\right)^2 + \log_6 x - 6 = 0$; *smena* $t = \log_6 x$

$t^2 + t - 6 = 0$

$t_1 = 2$; $t_1 = -3$

$\log_6 x = 2$; $\log_6 x = -3$

$x_1 = 6^2 \quad \vee \quad x_2 = 6^{-3}$ Proizvod rešenja jednačine je: $x_1 \cdot x_2 = 6^2 \cdot 6^{-3} = \frac{1}{6}$

---

4) $\left(\log_4 x\right)^2 + 2\log_4 x - 3 = 0$

$\left(\log_4 x\right)^2 + 2\log_4 x - 3 = 0$; *smena* $t = \log_4 x$

$t^2 + 2t - 3 = 0$

$t_1 = 1$; $t_1 = -3$

$\log_4 x = 1$; $\log_4 x = -3$

$x_1 = 4^1 \quad \vee \quad x_2 = 4^{-3}$ Proizvod rešenja jednačine je: $x_1 \cdot x_2 = 4^1 \cdot 4^{-3} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$

---

5. zadatak

1) Dati su drugi član $b_2 = -\frac{1}{2}$ i peti član $b_5 = 32$ geometrijskog niza . Zbir prva četiri člana tog niza S_4 je:

$b_1 q = -\frac{1}{2}$; $\boxed{b_1 = \frac{1}{8} \quad ; \quad q = -4}$ $\frac{1}{8}, -\frac{1}{2}, 2, -8, 32, -128, \cdots$

$b_1 q^4 = 32$

$$S_4 = \frac{1}{8} \cdot \frac{1-(-4)^4}{1-(-4)} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1-256}{1+4} = \frac{-255}{8 \cdot 5} = \boxed{\frac{-51}{8}}$$

---

2) Dati su drugi član $b_2 = 2$ i peti član $b_5 = -128$ geometrijskog niza . Zbir prva četiri člana tog niza S_4 je:

$b_1 q = 2$; $\boxed{b_1 = \frac{-1}{2} \quad ; \quad q = -4}$ $-\frac{1}{2}, 2, -8, 32, -128, \cdots$

$b_1 q^4 = -128$

$$S_4 = \frac{-1}{2} \cdot \frac{1-(-4)^4}{1-(-4)} = \frac{-1}{2} \cdot \frac{1-256}{1+4} = \frac{-1}{2} \cdot \frac{-255}{5} = \boxed{\frac{51}{2}}$$

---

3) Dati su drugi član $b_2 = \frac{1}{9}$ i peti član $b_5 = -3$ geometrijskog niza. Zbir prva četiri člana tog niza S_4 je:

$b_1 q = \frac{1}{9}$; $\boxed{b_1 = \frac{-1}{27} \quad ; \quad q = -3}$ $\frac{-1}{27}, \frac{1}{9}, \frac{-1}{3}, 1, -3, 9, \cdots$

$b_1 q^4 = -3$

$$S_4 = \frac{-1}{27} \cdot \frac{1-(-3)^4}{1-(-3)} = \frac{-1}{27} \cdot \frac{1-81}{1+3} = \frac{-1}{27} \cdot \frac{-80}{4} = \boxed{\frac{20}{27}}$$

---

4) Dati su drugi član $b_2 = \frac{1}{5}$ i peti član $b_5 = -25$ geometrijskog niza. Zbir prva četiri člana tog niza S_4 je:

$b_1 q = \frac{1}{5}$; $\boxed{b_1 = \frac{-1}{25} \quad ; \quad q = -5}$ $\frac{-1}{25}, \frac{1}{5}, -1, 5, -25, \cdots$

$b_1 q^4 = -25$

$$S_4 = \frac{-1}{25} \cdot \frac{1-(-5)^4}{1-(-5)} = \frac{-1}{25} \cdot \frac{1-625}{1+5} = \frac{-1}{25} \cdot \frac{-624}{6} = \boxed{\frac{104}{25}}$$

6. zadatak

1) Za jednakokraki trapez data je veća osnovica $a=13$, krak $c=6$ i ugao na osnovici $\alpha=60°$.
Dijagonala trapeza d iznosi:

Visina trapeza je: $h=c\sin\alpha=6\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$

Označimo sa x polurazliku osnovica. $x=c\cos\alpha=\dfrac{c}{2}=3$

$b=a-2x=13-6=7$

$d=\sqrt{(b+x)^2+h^2}=\sqrt{(7+3)^2+\left(3\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{100+27}=\boxed{\sqrt{127}}$

Dijagonala trapeza d iznosi: $d=\boxed{\sqrt{127}}$

---

2) Za jednakokraki trapez data je veća osnovica $a=13$, krak $c=4$ i ugao na osnovici $\alpha=60°$.
Dijagonala trapeza d iznosi:

$h=c\sin\alpha=4\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$ $\quad x=c\cos\alpha=\dfrac{c}{2}=2$ $\quad b=a-2x=13-4=9$

$d=\sqrt{(b+x)^2+h^2}=\sqrt{(9+2)^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{121+12}=\boxed{\sqrt{133}}$

Dijagonala trapeza d iznosi: $d=\boxed{\sqrt{133}}$

---

3) Za jednakokraki trapez data je veća osnovica $a=15$, krak $c=4\sqrt{3}$ i ugao na osnovici $\alpha=30°$.
Dijagonala trapeza d iznosi:

$h=c\sin\alpha=4\sqrt{3}\dfrac{1}{2}=2\sqrt{3}$ $\quad x=c\cos\alpha=4\sqrt{3}\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\cdot3=6$ $\quad b=a-2x=15-12=3$

$d=\sqrt{(b+x)^2+h^2}=\sqrt{(3+6)^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{81+12}=\boxed{\sqrt{93}}$

Dijagonala trapeza d iznosi: $d=\boxed{\sqrt{93}}$

---

4) Za jednakokraki trapez data je veća osnovica $a=16$, krak $c=2\sqrt{3}$ i ugao na osnovici $\alpha=30°$.
Dijagonala trapeza d iznosi:

$h=c\sin\alpha=2\sqrt{3}\dfrac{1}{2}=\sqrt{3}$ $\quad x=c\cos\alpha=2\sqrt{3}\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3$

$b=a-2x=16-6=10$

$d=\sqrt{(b+x)^2+h^2}=\sqrt{(10+3)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{169+3}=\boxed{\sqrt{172}}$

Dijagonala trapeza d iznosi: $d=\boxed{\sqrt{172}}$

7. zadatak

1) Zapremina pravilne trostrane piramide, kojoj je osnovna ivica $a=8\sqrt{2}$ i ugao koji **bočna ivica** zaklapa sa ravni osnove $\alpha=60°$, iznosi:

Neka je H visina piramide. $\dfrac{H}{\dfrac{a\sqrt{3}}{3}}=tg\alpha$; $H=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}tg\alpha$

$$V=\frac{1}{3}BH=\frac{1}{3}\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\frac{a\sqrt{3}}{3}tg\alpha=\frac{a^3}{12}tg\alpha=\frac{\left(8\sqrt{2}\right)^3}{3\cdot 4}\sqrt{3}=\boxed{\frac{256}{3}\sqrt{6}}$$

---

2) Zapremina pravilne trostrane piramide, kojoj je osnovna ivica $a=9\sqrt{2}$ i ugao koji **bočna ivica** zaklapa sa ravni osnove $\alpha=60°$, iznosi:

$$V=\frac{1}{3}BH=\frac{1}{3}\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\frac{a\sqrt{3}}{3}tg\alpha=\frac{a^3}{12}tg\alpha=\frac{\left(9\sqrt{2}\right)^3}{3\cdot 4}\sqrt{3}=\boxed{\frac{243}{2}\sqrt{6}}$$

---

3) Zapremina pravilne trostrane piramide, kojoj je osnovna ivica $a=8\sqrt{2}$ i ugao koji **bočna ivica** zaklapa sa ravni osnove $\alpha=30°$, iznosi:

$$V=\frac{1}{3}BH=\frac{1}{3}\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\frac{a\sqrt{3}}{3}tg\alpha=\frac{a^3}{12}tg\alpha=\frac{\left(8\sqrt{2}\right)^3}{3\cdot 4}\frac{\sqrt{3}}{3}=\boxed{\frac{256}{9}\sqrt{6}}$$

---

4) Zapremina pravilne trostrane piramide, kojoj je osnovna ivica $a=9\sqrt{2}$ i ugao koji **bočna ivica** zaklapa sa ravni osnove $\alpha=30°$, iznosi:

$$V=\frac{1}{3}BH=\frac{1}{3}\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\frac{a\sqrt{3}}{3}tg\alpha=\frac{a^3}{12}tg\alpha=\frac{\left(9\sqrt{2}\right)^3}{3\cdot 4}\frac{\sqrt{3}}{3}=\boxed{\frac{81}{2}\sqrt{6}}$$

8. zadatak

1) Zbir rešenja jednačine $\cos\left(x+\frac{\pi}{5}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ koja su iz intervala $x\in[0,2\pi)$ je:

$\cos\left(x+\frac{\pi}{5}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; smena $t=x+\frac{\pi}{5}$ $\cos t=-\frac{\sqrt{3}}{2}$;

$t_1=\frac{5\pi}{6}+2k\pi$; $t_1=\frac{7\pi}{6}+2k\pi$

$x_1=\frac{5\pi}{6}-\frac{\pi}{5}+2k\pi$; $x_2=\frac{7\pi}{6}-\frac{\pi}{5}+2k\pi$

$x_1=\frac{19\pi}{30}+2k\pi$; $x_2=\frac{29\pi}{30}+2k\pi$

Odgovor: $x_1'+x_2'=\frac{19\pi}{30}+\frac{29\pi}{30}=\frac{48\pi}{30}=\boxed{\frac{8\pi}{5}}$

---

2) Zbir rešenja jednačine $\sin\left(x+\frac{\pi}{5}\right)=-\frac{1}{2}$ koja su iz intervala $x\in[0,2\pi)$ je:

$\sin\left(x+\frac{\pi}{5}\right)=-\frac{1}{2}$; smena $t=x+\frac{\pi}{5}$ $\sin t=-\frac{1}{2}$;

$t_1=\frac{7\pi}{6}+2k\pi$; $t_1=\frac{11\pi}{6}+2k\pi$

$x_1=\frac{7\pi}{6}-\frac{\pi}{5}+2k\pi$; $x_2=\frac{11\pi}{6}-\frac{\pi}{5}+2k\pi$

$x_1=\frac{29\pi}{30}+2k\pi$; $x_2=\frac{49\pi}{30}+2k\pi$

Odgovor: $x_1'+x_2'=\frac{29\pi}{30}+\frac{49\pi}{30}=\frac{78\pi}{30}=\boxed{\frac{13\pi}{5}}$

---

3) Zbir rešenja jednačine $\cos\left(x+\frac{\pi}{7}\right)=-\frac{1}{2}$ koja su iz intervala $x\in[0,2\pi)$ je:

$\cos\left(x+\frac{\pi}{7}\right)=-\frac{1}{2}$; smena $t=x+\frac{\pi}{7}$ $\cos t=-\frac{1}{2}$;

$t_1=\frac{2\pi}{3}+2k\pi$; $t_1=\frac{4\pi}{3}+2k\pi$

$x_1=\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{7}+2k\pi$; $x_2=\frac{4\pi}{3}-\frac{\pi}{7}+2k\pi$

$x_1=\frac{11\pi}{21}+2k\pi$; $x_2=\frac{25\pi}{21}+2k\pi$

Odgovor: $x_1'+x_2'=\frac{36\pi}{21}=\boxed{\frac{12\pi}{7}}$

---

4) Zbir rešenja jednačine $\sin\left(x+\frac{\pi}{7}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ koja su iz intervala $x\in[0,2\pi)$ je:

$$\sin\left(x+\frac{\pi}{7}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2} \quad ; \qquad \text{smena} \quad t=x+\frac{\pi}{7} \qquad \sin t=-\frac{\sqrt{3}}{2} \quad ;$$

$$t_1=\frac{4\pi}{3}+2k\pi \quad ; \quad t_1=\frac{5\pi}{3}+2k\pi$$

$$x_1=\frac{4\pi}{3}-\frac{\pi}{7}+2k\pi \quad ; \quad x_2=\frac{5\pi}{3}-\frac{\pi}{7}+2k\pi$$

$$x_1=\frac{25\pi}{21}+2k\pi \quad ; \quad x_2=\frac{32\pi}{21}+2k\pi$$

Odgovor: $x_1'+x_2'=\frac{25\pi}{21}+\frac{32\pi}{21}\pi=\frac{57\pi}{21}=\boxed{\frac{19\pi}{7}}$

---

9. zadatak

1) Jednačina $\sqrt{x-1}-\sqrt{3x+1}=2$

$\sqrt{x-1}-\sqrt{3x+1}=2$

$\sqrt{x-1}=2+\sqrt{3x+1} \quad |(\ )^2$

$x-1=4+4\sqrt{3x+1}+3x+1$

$-2x-6=4\sqrt{3x+1}$

$-x-3=2\sqrt{3x+1} \quad |(\ )^2$

$x^2+6x+9=4(3x+1)$

$x^2-6x+5=0$

$x_1=5 \quad \vee \quad x_2=1$

Proverom u polaznoj jednačini se utvrđuje da li ona ima rešenja.

$x_1=5 \qquad \sqrt{5-1}-\sqrt{3\cdot 5+1}=2 \quad \sqrt{4}-\sqrt{16}=2 \quad -2\neq 2 \qquad$ *nije rešenje*

$x_2=1 \qquad \sqrt{1-1}-\sqrt{3\cdot 1+1}=2 \quad \sqrt{0}-\sqrt{4}=2 \quad -2\neq 2 \qquad$ *nije rešenje*

Jednačina nema realnih rešenja.

---

2) Jednačina $\sqrt{4-3x}-\sqrt{5-x}=1$

$\sqrt{4-3x}-\sqrt{5-x}=1$

$\sqrt{4-3x}=1+\sqrt{5-x} \quad |(\ )^2$

$4-3x=1+2\sqrt{5-x}+5-x$

$-2x-2=2\sqrt{5-x}$

$-x-1=\sqrt{5-x} \quad |(\ )^2$

$x^2+2x+1=5-x$

$x^2+3x-4=0$

$x_1=1 \quad \vee \quad x_2=-4$

Proverom u polaznoj jednačini se utvrđuje da li ona ima rešenja.

$x_1=1 \qquad \sqrt{4-3\cdot 1}-\sqrt{5-1}=1 \quad \sqrt{1}-\sqrt{4}=1 \quad 1-2\neq 1 \quad -1\neq 1 \qquad$ *nije rešenje*

$x_2=-4 \qquad \sqrt{4-3\cdot(-4)}-\sqrt{5-(-4)}=1 \quad \sqrt{16}-\sqrt{9}=1 \quad 1=1 \qquad$ *jeste rešenje*

$x_1=1 \quad \vee \quad \boxed{x_2=-4}$

Ima jedno rešenje iz intervala $(-6,2)$.

---

3) Jednačina $\sqrt{x-2}-\sqrt{3x+3}=3$

$\sqrt{x-2}-\sqrt{3x+3}=3$

$\sqrt{x-2}=3+\sqrt{3x+3} \quad |(\ )^2$

$x-2=9+6\sqrt{3x+3}+3x+3$

$-2x-14=6\sqrt{3x+3}$

$-x-7=3\sqrt{3x+3} \quad |(\ )^2$

$x^2+14x+49=9(3x+3)$

$x^2-13x+22=0$

$x_1=11 \quad \vee \quad x_2=2$

Proverom u polaznoj jednačini se utvrđuje da li ona ima rešenja.

$x_1=11 \qquad \sqrt{11-2}-\sqrt{3\cdot 11+3}=3 \quad \sqrt{9}-\sqrt{36}=3 \quad -3\neq 3 \qquad$ *nije rešenje*

$x_2=2 \qquad \sqrt{2-2}-\sqrt{3\cdot 2+3}=3 \quad \sqrt{0}-\sqrt{9}=3 \quad -3\neq 3 \qquad$ *nije rešenje*

Jednačina nema realnih rešenja.

---

4) Jednačina $\sqrt{2-2x}-\sqrt{2-x}=1$

$\sqrt{2-2x}-\sqrt{2-x}=1$

$\sqrt{2-2x}=1+\sqrt{2-x} \quad |(\ )^2$

$2-2x=1+2\sqrt{2-x}+2-x$

$-x-1=2\sqrt{2-x} \quad |(\ )^2$

$x^2+2x+1=4(2-x)$

$x^2+6x-7=0$

$x_1=1 \quad \vee \quad x_2=-7$

Proverom u polaznoj jednačini se utvrđuje da li ona ima rešenja.

$x_1=1 \qquad \sqrt{2-2\cdot 1}-\sqrt{2-1}=1 \quad \sqrt{0}-\sqrt{1}=1 \quad 0-1\neq 1 \quad -1\neq 1 \qquad$ *nije rešenje*

$x_2=-7 \qquad \sqrt{2-2(-7)}-\sqrt{2-(-7)}=1 \quad \sqrt{16}-\sqrt{9}=1 \quad 1=1 \qquad$ *jeste rešenje*

$x_1=1 \quad \vee \quad \boxed{x_2=-7}$

Ima jedno rešenje iz intervala $(-8,2)$.

---

10. zadatak

1) Proizvod koordinata tačke N koja je simetrična tački $M(4,-3)$ u odnosu na pravu (s) $y=x+1$ iznosi:

Kroz tačku M se postavlja prava (n) koja je normalna na datu pravu (s).

$(n)\quad y+3=-1(x-4);\qquad (n)\quad y=-x+1$

U preseku pravih (n) i (s), rešavanjem sistema , dobijaju se koordinate presečne tačke S.

Ta tačka predstavlja središte duži MN.

$(n)\quad y=-x+1 \qquad x=0;\ y=1$

$(s)\quad y=x+1\ ; \qquad S(0,1)$

$M(3,-2);\ N(x_N,y_N)\quad S\left(\frac{0+x_N}{2},\frac{1+y_N}{2}\right)\ ;\ S(0,1)$

$\frac{4+x_N}{2}=0\ ;\ \frac{-3+y_N}{2}=1\ ;\ x_N=-4;\ y_N=5$

$N(-4,5)$ Odgovor : $x_N\cdot y_N=-4\cdot 5=\boxed{-20}$

---

2) Proizvod koordinata tačke N koja je simetrična tački $M(5,-4)$ u odnosu na pravu (s) $y=x+1$ iznosi:

$M(5,-4);\ N(x_N,y_N)\quad S\left(\frac{5+x_N}{2},\frac{-4+y_N}{2}\right)\ ;\ S(0,1)$

$\frac{5+x_N}{2}=0\ ;\ \frac{-4+y_N}{2}=1\ ;\ x_N=-5;\ y_N=6$

$N(-5,6)$ Odgovor : $x_N\cdot y_N=-5\cdot 6=\boxed{-30}$

---

3) Zbir koordinata tačke N koja je simetrična tački $M(5,6)$ u odnosu na pravu (s) $y=-x+3$ iznosi:

$y-1=k(x-0);\qquad k_s=-1;\quad k_n=-\frac{1}{k_s}=-\frac{1}{-1}=-1\qquad (n)\quad y=x+1$

$(n)\quad y-6=1(x-5);$

$(n)\quad y=x+1 \qquad x=1;\ y=2$

$(s)\quad y=-x+3\ ; \qquad S(1,2)$

$M(5,6);\ N(x_N,y_N)\quad S\left(\frac{5+x_N}{2},\frac{6+y_N}{2}\right)\ ;\ S(1,2)$

$\frac{5+x_N}{2}=1\ ;\ \frac{6+y_N}{2}=2\ ;\ x_N=-3;\ y_N=-2$

$N(-3,-2)$ Odgovor : $x_N+y_N=-3-2=\boxed{-5}$

---

4) Zbir koordinata tačke N koja je simetrična tački $\mathrm{M}(6,7)$ u odnosu na pravu (s) $y=-x+3$ iznosi:

$(n) \quad y-7=1(x-6)$

$M(6,7); N(x_N, y_N) \quad S\left(\frac{6+x_N}{2}, \frac{7+y_N}{2}\right) \quad ; \quad S(1,2)$

$\frac{6+x_N}{2}=1 \quad ; \quad \frac{7+y_N}{2}=2 \quad ; \quad x_N=-4; y_N=-3$

$N(-4,-3)$ Odgovor : $x_N+y_N=-4-3=\boxed{-7}$
